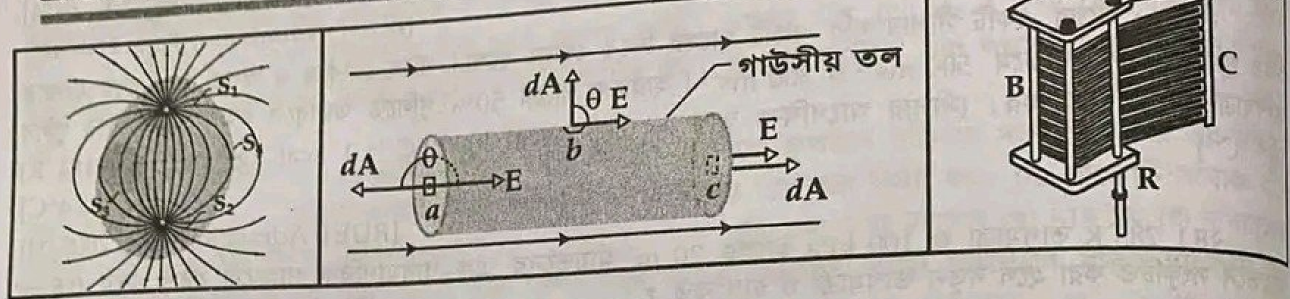
২ স্থির তড়িৎ
ELECTROSTATICS

প্রধান শব্দ (Key Words) : কুলম্বের সূত্র, 1 কুলম্ব চার্জ, ক্ষেত্র তত্ত্ব, তড়িৎ ক্ষেত্র, তড়িৎ প্রাবল্য, তড়িৎ বিভব, তড়িৎ দ্বিমেরু, তড়িৎ দ্বিমেরুর জন্য তড়িৎ বিভব ও তড়িৎ প্রাবল্য, চার্জের কোয়ান্টায়ন, ডাই ইলেকট্রিক, ধারক, ধারকত্ব, ফ্যারাড, ধারকের সংযোজন, ধারকের সঞ্চিত শক্তি, গাউসের সূত্র, গাউসের সূত্রের ব্যবহার, কুলম্বের সূত্রের ব্যবহার।



সূচনা
Introduction

লক্ষ করলে, বিশেষ করে শীতকালে আমরা দেখতে পাই যে, চিরুনি দিয়ে মাথা আঁচড়াবার পর ছোট ছোট কাগজের টুকরার ওপর ধরলে চিরুনি কাগজের টুকরাকে আকর্ষণ করে। এ ঘটনা আমাদের অনেকেরই জানা। ছোট ছোট ছেলেমেয়েরা এ ঘটনায় খুব আনন্দ পায়; কিন্তু তারা জানেনা এটা কী এবং কেন। গ্রিক দার্শনিক থেলিস (Thales : 640-548 B.C.) সর্বপ্রথম পর্যবেক্ষণ করেন যে সোলেমানী পাথর বা পাইন গাছের শক্ত আঠা দিয়ে রেশমি কাপড়কে ঘষলে এগুলো ছোট ছোট কাগজের টুকরাকে আকর্ষণ করে। উইলিয়াম গিলবার্ট (William Gilbert : 1540–1603) এ সম্বন্ধে বিস্তারিত অনুসন্ধান করেন এবং অনেক পদার্থের মধ্যে এই ধর্ম বা গুণাগুণ লক্ষ করেন। ড. গিলবার্ট পরবর্তীতে লক্ষ করেন যে ঘর্ষণের ফলে প্রত্যেক বস্তু অন্য বস্তুকে কম-বেশি আকর্ষণ করে এবং এই ধর্মই **তড়িতাহিতকরণ (Electrification)** নামে পরিচিত।

এ অধ্যায়ে আমরা কুলম্বের সূত্র, ক্ষেত্র তত্ত্ব, তড়িৎ ক্ষেত্র, তড়িৎ বিভব, তড়িৎ দ্বিমেরু, তড়িৎ মেরুর জন্য তড়িৎ প্রাবল্য, চার্জের সংরক্ষণশীলতা ও কোয়ান্টায়ন, ডাই ইলেকট্রিক, ধারক, ধারকত্ব, ধারকের স্থিতিশক্তি ইত্যাদি আলোচনা করবো।

এ অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

- কুলম্বের সূত্রকে ক্ষেত্র তত্ত্বের আলোকে ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- একটি বিন্দু চার্জের জন্য তড়িৎ বল, তড়িৎ ক্ষেত্র, তড়িৎ ক্ষেত্রের প্রাবল্য এবং তড়িৎ বিভবের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করতে পারবে।
- সমবিভব তল, তড়িৎ দ্বিমেরু, চার্জের কোয়ান্টায়ন এবং সংরক্ষণশীলতার ধর্ম, অপরিবাহী ও ডাই ইলেকট্রিক ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- একটি তড়িৎ দ্বিমেরুর জন্য ক্ষেত্র প্রাবল্য এবং তড়িৎ বিভবের মান নির্ণয় করতে পারবে।
- ধারকের শ্রেণি ও সমান্তরাল সংযোগ ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ধারকের তুল্য ধারকত্ব নির্ণয় করতে পারবে।
- ধারক ও ধারকত্ব ব্যাখ্যা, ধারকের শক্তি পরিমাপসহ দৈনন্দিন জীবনে ধারকের ব্যবহার ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- কুলম্বের সূত্র হতে গাউসের সূত্র প্রতিপাদন করতে পারবে।
- গাউসের সূত্র ব্যবহার করে বিভিন্ন ক্ষেত্রে তড়িৎ ক্ষেত্র প্রাবল্য নির্ণয় করতে পারবে।
- কুলম্বের সূত্রের সীমাবদ্ধতা ব্যাখ্যা করতে পারবে।

২·১ কুলম্বের সূত্র ও ক্ষেত্র তত্ত্ব
Coulomb's law and field theory

২·১·১ কুলম্বের সূত্র
Coulomb's law

আমরা জানি একটি চার্জ অপর একটি চার্জকে আকর্ষণ বা বিকর্ষণ করে। দুটি চার্জের মধ্যকার আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল বিষয়ক সূত্রই হলো কুলম্বের সূত্র। দুটি চার্জের মধ্যকার এই আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বলের মান তিনটি শর্তের ওপর নির্ভর করে; যথা—

(i) চার্জ দুটির পরিমাণ
(ii) চার্জ দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব এবং
(iii) চার্জ দুটির মধ্যবর্তী মাধ্যম।

এই শর্তগুলোকে ভিত্তি করে বিখ্যাত ফরাসি বিজ্ঞানী **কুলম্ব** (Coulomb) 1787 খ্রিস্টাব্দে দুটি বিন্দু চার্জের মধ্যে ক্রিয়াশীল বলের একটি সূত্র আবিষ্কার করেন। এটি **কুলম্বের সূত্র** নামে পরিচিত। সূত্রটি বিবৃত করার আগে বিন্দু চার্জ কী তা জানা দরকার। কারণ কুলম্বের সূত্র কেবলমাত্র বিন্দু চার্জের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য অর্থাৎ যে সকল তড়িতাহিত বস্তুর আকার তাদের অন্তর্বর্তী দূরত্বের তুলনায় নগণ্য কেবলমাত্র তাদের ক্ষেত্রেই এই সূত্র প্রযুক্ত হয়। কুলম্বের সূত্র সরাসরি প্রয়োগ করে দুটি তড়িতাহিত বিস্তৃত বস্তুর পারস্পরিক বল নির্ণয় করা যায় না। দুটি চার্জের পারস্পরিক বলের সাথে চুম্বক এবং মহাকর্ষের অনুরূপ রাশিগুলির সুস্পষ্ট সাদৃশ্য রয়েছে।

বিন্দু চার্জ (Point charge) :

আহিত বা চার্জিত বস্তুর আকার যখন খুবই ক্ষুদ্র হয়, তখন ওই চার্জিত বস্তুর চার্জকে বিন্দু চার্জ বলা হয়। ওই ধরনের চার্জিত বস্তুগুলো তাদের মধ্যকার দূরত্বের তুলনায় এত ছোট যে ওইগুলোকে গাণিতিক বিন্দু (mathematical point) হিসেবে বিবেচনা করা যায়।

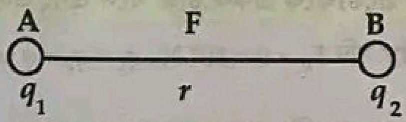
বিন্দু চার্জের সাহায্যে **কুলম্বের সূত্র** (Coulomb's law) নিম্নরূপে বিবৃত করা যায়—

কোনো একটি নির্দিষ্ট মাধ্যমে দুটি বিন্দু চার্জের মধ্যে ক্রিয়াশীল আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বলের মান চার্জ দুটির গুণফলের সমানুপাতিক, চার্জ দুটির মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক এবং এই বল চার্জ দুটির সংযোজক সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে।

ব্যাখ্যা : মনে করি কোনো মাধ্যমে q_1 এবং q_2 দুটি বিন্দু চার্জ পরস্পর হতে r দূরে অবস্থিত [চিত্র ২·১]। এরা যদি পরস্পরের ওপরে F পরিমাণ বল প্রয়োগ করে, তাহলে কুলম্বের সূত্র অনুসারে,

$F \propto q_1 q_2$ যখন r স্থির বা ধ্রুব থাকে

এবং $F \propto \frac{1}{r^2}$ যখন q_1 ও q_2 স্থির বা ধ্রুব থাকে।



চিত্র ২·১

যখন r, q_1 ও q_2 সকল রাশিই পরিবর্তনশীল, তখন

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

বা, $$F = K\frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (2.1)$$

এখানে K একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক। এর মান চার্জ দুটির মধ্যবর্তী মাধ্যমের প্রকৃতি এবং F, q_1, q_2 ও r এর পরিমাপের এককের ওপর নির্ভর করে।

এস. আই. (S. I.) বা এম. কে. এস. (M. K. S.) পদ্ধতিতে K এর একক Nm^2coul^{-2}

$K = \frac{1}{4\pi\epsilon}$ লেখা যায়।

এখানে ϵ (Epsilon) হলো চার্জ দুটি যে মাধ্যমে অবস্থিত ওই মাধ্যমের ভেদনযোগ্যতা বা সংক্ষেপে ভেদ্যতা (permittivity)।

$$\therefore F = \frac{1}{4\pi\epsilon}\frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (2.2)$$

শূন্য বা বায়ু মাধ্যমের মধ্যে কুলম্বের সূত্র নিম্নরূপ :

$$F_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (2.3)$$

এখানে F_0 হলো শূন্য মাধ্যমে ক্রিয়াশীল বল এবং ϵ_0 (Epsilon naught) শূন্যস্থানের ভেদনযোগ্যতা বা ভেদ্যতা। $\epsilon_0 = 8{\cdot}854 \times 10^{-12}$ কুলম্ব^2/নিউটন-মিটার^2 $\left(\frac{C^2}{Nm^2}\right)$ এবং $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9$ নিউটন-মিটার^2/কুলম্ব^2 হয়।

অতএব, সমীকরণ (2.3) হতে পাই,

$$F_0 = 9 \times 10^9 \frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (2.4)$$

কুলম্বের সূত্রের ভেক্টর রূপ (Vector form of Coulomb's law) :

যেহেতু দুটি চার্জের মধ্যে ক্রিয়াশীল বল একটি ভেক্টর রাশি, অতএব কুলম্বের সূত্রকে ভেক্টররূপে প্রকাশ করা যায়। ভেক্টরের সাহায্যে সমীকরণ (2.2) লেখা যায়,

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon}\frac{q_1q_2}{r^2}\hat{n} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (2.5)$$

এখানে $\hat{n}$ হলো চার্জদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখা বরাবর একটি একক ভেক্টর। $\hat{n}$ এর দিক $\vec{F}$-এর দিক বরাবর।

এখানে $$\hat{n} = \frac{\vec{r}}{r} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (2.6)$$

$$\therefore \quad \vec{F} = \hat{n}F = \frac{\vec{r}}{r}F = \frac{1}{4\pi\epsilon}\frac{q_1q_2}{r^3}\vec{r} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (2.7)$$

চার্জের একক (Unit of charge) :

এস. আই. (S. I.) পদ্ধতিতে চার্জের একক কুলম্ব।

সমীকরণ (2.4) অনুসারে 1 কুলম্বের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেয়া যায়।

দুটি সমমানের চার্জ শূন্য মাধ্যমে 1 মিটার দূরে অবস্থান করে পরস্পরের ওপর 9×10^9 N বল প্রয়োগ করলে ওই চার্জ দুটির প্রত্যেককে একক চার্জ বলে এবং এই একক চার্জকে এক কুলম্ব বলে।

অর্থাৎ যদি $F_0 = 9 \times 10^9$ N, $q_1 = q_2 = q$ coul এবং $r = 1$ m হয়, তবে $q^2 = 1$ বা, $q = \pm 1$ coul

বলের প্রকৃতি (Nature of force) :

সমীকরণ (2.4)-এর ডান পাশের রাশিগুলোর মান জেনে F-এর মান নির্ণয় করা যায়। F-এর নির্ণীত মান যদি ধন রাশি হয়, তবে বল হবে **বিকর্ষণমূলক**। কারণ একই জাতীয় দুটি রাশির গুণফল ধন রাশি। আর F-এর নির্ণীত মান যদি ঋণ রাশি হয়, তবে বল হবে **আকর্ষণমূলক** কারণ দুটি বিপরীত রাশির গুণফল ঋণ রাশি।

> **অনুসন্ধানমূলক কাজ :** শূন্য স্থানের তুলনায় যে কোনো মাধ্যমে দুটি তড়িৎ আধানের মধ্যে আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল কম হয় কেন ? —ব্যাখ্যা কর।

শূন্য স্থানের তড়িৎ ভেদ্যতার তুলনায় যে কোনো মাধ্যমের তড়িৎভেদ্যতা বেশি। দুটি তড়িৎ আধানের মধ্যে ক্রিয়াশীল বল, $F = \frac{1}{4\pi\epsilon}\frac{q_1q_2}{r^2}$; এখানে ϵ হলো মাধ্যমের তড়িৎভেদ্যতা। এখন যেহেতু অন্য মাধ্যমের ϵ-এর মান বেশি, তাই চার্জদ্বয়ের মধ্যে ক্রিয়াশীল বল কম হবে।

২·১·২ ক্ষেত্র তত্ত্ব
Field theory

কুলম্বের সূত্র থেকে আমরা জানি, দুটি চার্জিত বস্তুর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল এদের মধ্যে কোনো সংযোগ ছাড়াই ক্রিয়া করে। সুতরাং চৌম্বক বল বা মহাকর্ষ বলের ন্যায় তড়িৎ বল দূর থেকে ক্রিয়াশীল প্রকৃতির। দুটি চার্জিত বস্তুর এরূপ পারস্পরিক ক্রিয়া ব্যাখ্যা করার জন্য ফ্যারাডে তড়িৎ ক্ষেত্রের ধারণা উপস্থাপন করেন। একে **ক্ষেত্র তত্ত্ব** বলে। এই ধারণা অনুসারে কোনো চার্জিত বস্তুর উপস্থিতিতে একে ঘিরে সমগ্র অঞ্চল একটি বিশেষ ধর্ম অর্জন করে। এই ধর্মের দরুন ওই অঞ্চলে অন্য কোনো চার্জিত বস্তু আনলে তার ওপর তড়িৎ বল ক্রিয়াশীল হয়। কোনো অঞ্চলে একটি চার্জ আনলে এর ওপর যদি তড়িৎ বল ক্রিয়া করে, তবে ওই অঞ্চলে তড়িৎ ক্ষেত্র রয়েছে ধরা হয়। কাজেই তড়িৎ ক্ষেত্র তড়িৎ বল সঞ্চালনের মধ্যস্থতার ভূমিকা পালন করে।

এখন কুলম্বের সূত্র অনুসারে যখন দুটি চার্জিত বস্তুর মধ্যবর্তী দূরত্ব অসীম হয়, কেবল তখনই পারস্পরিক তড়িৎ বলের মান শূন্য হতে পারে। সুতরাং তাত্ত্বিকভাবে বলা যায় যে ...

হিসাব কর ... শোলা বল 10^{-4} C চার্জে চার্জিত। শোলা বলটিকে অভিকর্ষীয় ক্ষেত্রে স্থির রাখতে কী পরিমাণ তড়িৎ ক্ষেত্রের প্রয়োজন ?

বস্তুর ওজন ও তড়িৎ বল সমান হলে বস্তু স্থির থাকবে।

আমরা জানি,

$$W = mg = 0.002 \times 9.8 = 0.0196 \text{ N}$$

আবার, তড়িৎ বল $F = Eq = W$

$$\therefore \quad E = \frac{W}{q} = \frac{0.0196}{10^{-4}}$$

$$= \frac{196 \times 10^{-4}}{10^{-4}} = 196 \text{ NC}^{-1}$$

এখানে,

$m = 0.002$ kg

$q = 10^{-4}$ C

$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

$E = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ২.১

১। লোহার নিউক্লিয়াসে অবস্থানরত দুটি প্রোটনের মধ্যে পারস্পরিক ক্রিয়াশীল বল কত যদি তাদের মধ্যে দূরত্ব 4×10^{-15} m হয় ? [চ. বো. ২০০৮]

মনে করি বল = F

∴ আমরা পাই,

$$F = 9 \times 10^9 \times \frac{q_1 \times q_2}{r^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (i)$$

সমীকরণ (i) হতে পাই,

$$F = \frac{9 \times 10^9 \times (1.6 \times 10^{-19})^2}{(4 \times 10^{-15})^2} = 14.4 \text{ নিউটন (N)}$$

এখানে,

$q_1 = q_2 = 1.6 \times 10^{-19}$ C

$r = 4 \times 10^{-15}$ m

$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$

২। সমভাবে আহিত দুটি পিথ বল বায়ুতে 2.0 mm ব্যবধানে রাখলে পরস্পরকে 4×10^{-5} N বলে বিকর্ষণ করে। প্রত্যেক পিথ বলের আধান নির্ণয় কর। [কু. বো. ২০১১; য. বো. ২০০৮; সি. বো. ২০০৮]

আমরা জানি,

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$\therefore \quad 4 \times 10^{-5} = 9 \times 10^9 \times \frac{q^2}{(0.002)^2}$$

বা, $$q^2 = \frac{4 \times 10^{-5} \times (0.002)^2}{9 \times 10^9}$$

বা, $$q^2 = 1.78 \times 10^{-20}$$

$$\therefore \quad q = 1.33 \times 10^{-10} \text{ Coulomb}$$

এখানে,

$F = 4 \times 10^{-5}$ N

$r = 2.0 \text{ mm} = 0.002$ m

$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ N-m}^2/\text{C}^2$

$q_1 = q_2 = q = ?$

৩। 2 Å দূরত্বে থাকা অবস্থায় একটি ইলেকট্রন ও একটি প্রোটনের মধ্যে ক্রিয়াশীল স্থির তড়িৎ বলের জন্য তাদের ত্বরণের মান কত হবে ? [দেয়া আছে, $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg, $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg, $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C]

আমরা জানি,

ক্রিয়াশীল তড়িৎ বল,

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r^2}$$

$$\therefore \quad F_e = \frac{9 \times 10^9 \times (1.6 \times 10^{-19})^2}{(2 \times 10^{-10})^2} \quad [\text{এখানে } q = e]$$

$$= 5.76 \times 10^{-9} \text{ N}$$

এখানে,

$r = 2 \text{ Å} = 2 \times 1 \times 10^{-10} \text{ m} = 2 \times 10^{-10}$ m

$m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg

$m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg

$e = 1.6 \times 10^{-19}$ C

$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{C}^{-2}$

আবার, $F = ma$, বা, $a = \frac{F}{m}$

সুতরাং, ইলেকট্রনের ত্বরণ, $a_e = \frac{F_e}{m_e} = \frac{5.76 \times 10^{-9}}{9.1 \times 10^{-31}} = 6.33 \times 10^{21} \text{ ms}^{-2}$

$F \quad 5.76 \times 10^{-9} \quad = 3.45 \times 10^{18} \text{ ms}^{-2}$

২·১·৩ চার্জের কোয়ান্টায়ন এবং সংরক্ষণশীলতা
Quantization and conservation of charge

চার্জের কোয়ান্টায়ন
Quantization of charge

একটি ইলেকট্রন বা প্রোটনের চার্জই হলো প্রকৃতিতে ন্যূনতম মানের চার্জ। একটি ইলেকট্রনের চার্জকে $(-e)$ এবং একটি প্রোটনের চার্জকে $(+e)$ দ্বারা চিহ্নিত করা হয়। এর মান $e = 1.60218 \times 10^{-19}$ C। পরীক্ষার সাহায্যে দেখা যায় যে, প্রকৃতিতে কোনো বস্তুর সর্বমোট চার্জ একটি নির্দিষ্ট ন্যূনতম মানের পূর্ণ সংখ্যার গুণিতক। ইলেকট্রনের চার্জই হলো এই নির্দিষ্ট ন্যূনতম মান। **সকল চার্জিত বস্তুর মধ্যে বিদ্যমান চার্জই এই ক্ষুদ্রতম চার্জের গুণিতক মাত্র; অর্থাৎ ইলেকট্রনের চার্জেরই গুণিতক হবে। একে চার্জের কোয়ান্টায়ন বলে।** কোনো বস্তুতে যে কোনো মানের চার্জ থাকতে পারে না। ইলেকট্রনের চার্জ e হলে কোনো বস্তুর মোট চার্জ $q = ne$। এখানে n হলো ধনাত্মক বা ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা। উদাহরণস্বরূপ 1 কুলম্ব চার্জে 6.24×10^{18} সংখ্যক ইলেকট্রনের চার্জের সমান চার্জ রয়েছে। প্রকৃতিতে e মানের ভগ্নাংশে কোনো চার্জের অস্তিত্ব নেই। যেমন $2.5e, -3.7e$ ইত্যাদি পরিমাণ চার্জ পাওয়া সম্ভব নয়।

চার্জের সংরক্ষণশীলতা
Conservation of charge

একটি কাচদণ্ডকে রেশমি কাপড় দ্বারা ঘর্ষণ করলে কাচ দণ্ড ধনাত্মক চার্জে আহিত হয় এবং রেশমি কাপড় ঋণাত্মক চার্জে আহিত হয়। এটা মনে করা স্বাভাবিক যে কাচ দণ্ডে এবং রেশমি কাপড়ে যথাক্রমে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক চার্জ সৃষ্টি হয়েছে। আসলে তা নয়। কাচদণ্ড ও রেশমি কাপড়ের সম্মিলিত বা মোট চার্জ একই রয়েছে। শুধুমাত্র কাচদণ্ড থেকে ইলেকট্রন রেশমি কাপড়ে ঘর্ষণের ফলে স্থানান্তরিত হয়েছে; যার ফলে কাচ দণ্ডে ধনাত্মক চার্জ বেশি হওয়ায় ধনাত্মক এবং রেশমি কাপড়ে ইলেকট্রনের আধিক্য হওয়ায় ঋণাত্মক হয়েছে। অর্থাৎ ঘর্ষণের ফলে কোনো নতুন আধানের সৃষ্টি হয় না বরং এক বস্তু থেকে অন্য বস্তুতে আধানের স্থানান্তর ঘটে। এই আলোচনা থেকে স্পষ্ট বোঝা যায় যে, তড়িৎ আধান সৃষ্টি বা উৎপন্ন হয়—এটা বলা প্রকৃতপক্ষে সঠিক নয়। তড়িতাহিতকরণের সময় তড়িতাধান উৎপন্ন হয় না; কেবলমাত্র কিছু সংখ্যক ইলেকট্রন এক পদার্থ হতে অন্য পদার্থে স্থানান্তরিত হয়। সুতরাং একটি বস্তুতে কোনো আধানে আহিত করলে অন্যত্র অবশ্যই সমপরিমাণ বিপরীত আধানের উদ্ভব হয়। প্রোটন ও ইলেকট্রন আবিষ্কারের বহু পূর্বেই এ তথ্য জানা ছিল যে, বিশ্বের মোট চার্জের পরিমাণ সর্বদা একই থাকে। একটি ধনাত্মক বা ঋণাত্মক চার্জের সৃষ্টি বা ধ্বংস কখনই সম্ভব নয়। কোনো ভৌত প্রক্রিয়ায় চার্জ এক বস্তু থেকে অন্য বস্তুতে স্থানান্তরিত হতে পারে। নতুন চার্জ যেমন সৃষ্টি হয় না তেমনি কোনো চার্জ ধ্বংসও হয় না। **একেই চার্জের নিত্যতা বা সংরক্ষণশীলতা বলে।**

২·২ বিন্দু চার্জের জন্য তড়িৎ বল, তড়িৎ ক্ষেত্র, তড়িৎ ক্ষেত্রের প্রাবল্য ও তড়িৎ বিভব
Electric force, electric field, electric field intensity and electric potential due to a point charge

২·২·১ তড়িৎ বল
Electric force

পূর্বের অনুচ্ছেদে বিন্দু চার্জ এবং এর ফলে সৃষ্ট তড়িৎ ক্ষেত্র সম্বন্ধে আমরা জেনেছি। তড়িৎ ক্ষেত্রের যে কোনো বিন্দুতে অবস্থিত চার্জের ওপর সর্বদা একটি বল প্রযুক্ত হয়। চার্জটি ধনাত্মক হলে এই বল ওই বিন্দুতে তড়িৎ প্রাবল্যের অভিমুখে ক্রিয়া করে। পক্ষান্তরে, চার্জটি ঋণাত্মক হলে উক্ত বলের অভিমুখ বিপরীত হয়। চার্জটিকে এই বলের বিপরীতে সরালে কোনো বাহ্যিক কারণকে বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হবে। ফলে চার্জটির স্থিতিশক্তি বৃদ্ধি পাবে। E প্রাবল্যের তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে স্থাপিত $+q$ পরখ চার্জ (test charge) যদি F বল অনুভব করে তাহলে ওই বিন্দুতে ক্রিয়াশীল তড়িৎ বল

$$F = qE \qquad \dots \qquad \dots \qquad \dots \qquad (2.$$

অর্থাৎ তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে স্থাপিত কোনো আধানের ওপর ক্রিয়াশীল বল বা তড়িৎ বল ওই বিন্দুর প্রাবল্য এবং স্থাপিত আধানের গুণফলের সমান। ধনাত্মক আধান প্রাবল্যের অভিমুখে এবং ঋণাত্মক আধান প্রাবল্যের বিপরীত দিকে বল লাভ করে। তড়িৎ

২.২.২ স্থির তড়িৎ বল এবং মহাকর্ষ বলের তুলনা
Comparison between electrostatic force and gravitational force

দুটি তড়িৎগ্রস্ত বস্তুর মধ্যে স্থির তড়িৎ বল এবং মহাকর্ষ বল উভয়ই ক্রিয়া করে। এই দুটি বলের সাদৃশ্য ও বৈসাদৃশ্য নিম্নরূপ :

সাদৃশ্য :

১. দুটি বলই বস্তু দুটির মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক।
২. দুটি বলই সংরক্ষণশীল বল; অর্থাৎ এই বল দুটি দ্বারা কৃত কাজ পথের ওপর নির্ভরশীল নয়।
৩. দুটি বলই শূন্যস্থানে কাজ করে।
৪. দুটি বলই কেন্দ্রীয় বল (central force) এবং এই বল বস্তুদ্বয়ের কেন্দ্রবিন্দু দুটির সংযোগকারী সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে।

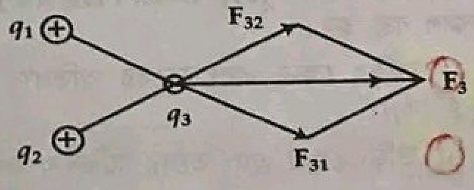
বৈসাদৃশ্য :

স্থির তড়িৎ বল	মহাকর্ষ বল
১. এই বল অনেক বেশি শক্তিশালী।	১. এই বল খুবই দুর্বল।
২. আধানের প্রকৃতি অনুযায়ী এই বল আকর্ষণধর্মী বা বিকর্ষণধর্মী হতে পারে।	২. এই বল সবসময়ই আকর্ষণধর্মী হয়।
৩. এই বল সংশ্লিষ্ট মাধ্যমের ওপর নির্ভরশীল।	৩. এই বল সংশ্লিষ্ট মাধ্যমের ওপর নির্ভর করে না।

২.২.৩ তড়িৎ বলের উপরিপাতন নীতি
Superposition principle of electric force

ইতোপূর্বে দুটি চার্জের মধ্যে ক্রিয়াশীল বল আলোচনা করা হয়েছে। এখন একটি চার্জ যদি অনেকগুলো চার্জ দ্বারা পরিবেষ্টিত থাকে কিংবা উক্ত চার্জের আশেপাশে অনেক চার্জ থাকে, তবে ওই চার্জের ওপর ক্রিয়াশীল নিট (resultant) বল বের করতে হয়। এই নিট বল বের করতে হলে প্রত্যেকটি চার্জকে আলাদাভাবে এমনভাবে বিবেচনা করতে হয় যেন অন্য চার্জগুলো অনুপস্থিত রয়েছে। এভাবে প্রত্যেকটি চার্জের জন্য নির্ণেয় বলের ভেক্টর যোগফলই হবে উক্ত চার্জের ওপর ক্রিয়াশীল নিট বল। বলের এ স্বাতন্ত্র্য নীতি উপরিপাতন নীতি হিসেবে পরিচিত।

ব্যাখ্যা : ধরা যাক, তিনটি ধনাত্মক চার্জ q_1, q_2 ও q_3 কাছাকাছি অবস্থান করছে [চিত্র ২.২]। এখন আমরা q_3 চার্জের ওপর q_1 ও q_2 এর জন্য সৃষ্ট বিকর্ষণ বল বের করব। প্রথমে q_1 চার্জের জন্য q_3-এর ওপর ক্রিয়াশীল বল $\vec{F}_{31}$-এর মান ও দিক নির্ণয় করি। এবার q_2 চার্জের জন্য q_3-এর ওপর বিকর্ষণ বল $\vec{F}_{32}$-এর মান ও দিক বের করি। এখন q_3-এর ওপরে লব্ধি বা নিট বিকর্ষণ বল $\vec{F}_3$ হবে $\vec{F}_{31}$ ও $\vec{F}_{32}$ বলদ্বয়ের ভেক্টর যোগফল। অর্থাৎ, $\vec{F}_3 = \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32}$



চিত্র ২.২

লক্ষণীয় যে q_3 এর ওপর q_1 এর ক্রিয়াশীল বল বের করার সময় q_2 অনুপস্থিত ধরা হয়েছে। আবার q_3 এর ওপর q_2 এর ক্রিয়াশীল বল নির্ণয়ের সময় q_1 অনুপস্থিত ধরা হয়েছে। এ পদ্ধতি অনুসরণ করে যে কোনো সংখ্যক চার্জের জন্য কোনো একটি চার্জের ওপর ক্রিয়াশীল নিট বল বের করা যায়।

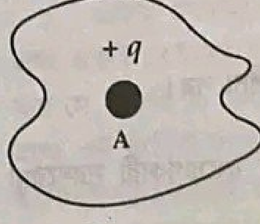
জানার বিষয় : ১। দুটি আধানের মধ্যে ক্রিয়ারত স্থির তড়িৎ বল অন্য কোনো আধানের উপস্থিতির ওপর নির্ভর করে না।
২। স্থির তড়িৎ বল সংরক্ষণশীল বল।
৩। তত্ত্বীয়ভাবে স্থির তড়িৎ বলের সীমা অসীম।

নিজে কর : একটি চৌম্বক ক্ষেত্রের মধ্যে গতিশীল আহিত কণার ওপর চৌম্বক ক্ষেত্র বল প্রয়োগ করলে, আহিত কণার শক্তির কোনো পরিবর্তন হবে কী ?

যদিও গতিশীল আহিত কণার ওপর চৌম্বক ক্ষেত্র বল প্রয়োগ করে, তবুও কণার শক্তির কোনো পরিবর্তন হবে না। কারণ কার্যকর বল ব্যাসার্ধমুখী (radial) হওয়ায় এটি অকার্যকর বল অর্থাৎ বস্তুর ওপর কোনো কাজ করা হয় না। সুতরাং কণার শক্তিরও কোনো পরিবর্তন হবে না।

২·২·৪ তড়িৎ ক্ষেত্র
Electric field

তড়িৎ ক্ষেত্র আলোচনার পূর্বে পরখ চার্জ (test charge) কী তা জানা দরকার। অত্যন্ত ক্ষুদ্র মানের কাল্পনিক চার্জ যা অন্য কোনো চার্জের ওপর বল প্রয়োগ করে না, অর্থাৎ আশেপাশের চার্জকে প্রভাবিত করে না, তাকে পরখ চার্জ বলে।



চিত্র ২·৩

একটি বিন্দু চার্জের চতুর্দিকে বিস্তৃত অঞ্চল জুড়ে এর প্রভাব লক্ষ করা যায় [চিত্র ২·৩]। ওই অঞ্চলে একটি পরখ চার্জ স্থাপন করলে এটি তড়িৎ বল অনুভব করে। পরখ চার্জটি বিন্দু চার্জের কাছে আনলে বলের মান বৃদ্ধি পায়; দূরে সরিয়ে নিলে বল কম অনুভব করে। অনেক দূরে সরিয়ে নিলে বলের মান এত নগণ্য হয় যে তা পরিমাপ করা সম্ভব হয় না। কুলম্বের সূত্র থেকে আমরা দেখেছি যে এ বলের প্রকৃতি মহাকর্ষীয় বলের অনুরূপ। মহাকর্ষীয় বল ও কুলম্ব বল উভয়ই দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক সূত্র অনুসরণ করে এবং উভয় ধরনের বল অসীম দূরত্ব পর্যন্ত বিস্তৃত; যদিও দূরত্ব অনেক বাড়লে বলের মান অত্যন্ত কম হয় এবং পরিমাপ করা সম্ভব হয় না।

এখন একটি বিন্দু চার্জের কাছাকাছি কোথাও একটি পরখ চার্জ আনলে তা বল অনুভব করে। কিন্তু প্রশ্ন জাগে যে চার্জ দুটির মধ্যে কোনো ভৌত সংযোগ নেই অথচ কেন বল অনুভব করে। বিখ্যাত বিজ্ঞানী **মাইকেল ফ্যারাডে** প্রথম অনুধাবন করেন যে ওই বিন্দু চার্জের চারদিকে এক ধরনের আলোড়ন সৃষ্টি হয় যার ফলে ওই অঞ্চলে কোনো পরখ চার্জ স্থাপন করলে বল অনুভূত হয়। তিনি এই আলোড়নের নাম দেন তড়িৎ ক্ষেত্র (electric field)। সুতরাং তড়িৎ ক্ষেত্রের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেয়া যায় :

সংজ্ঞা : কোনো একটি চার্জিত বস্তু এর চারদিকে যে অঞ্চল ব্যাপী তার প্রভাব বিস্তার করে সেই অঞ্চলকে ওই চার্জিত বস্তুর তড়িৎ ক্ষেত্র বলে।

তড়িৎ ক্ষেত্রের একক :

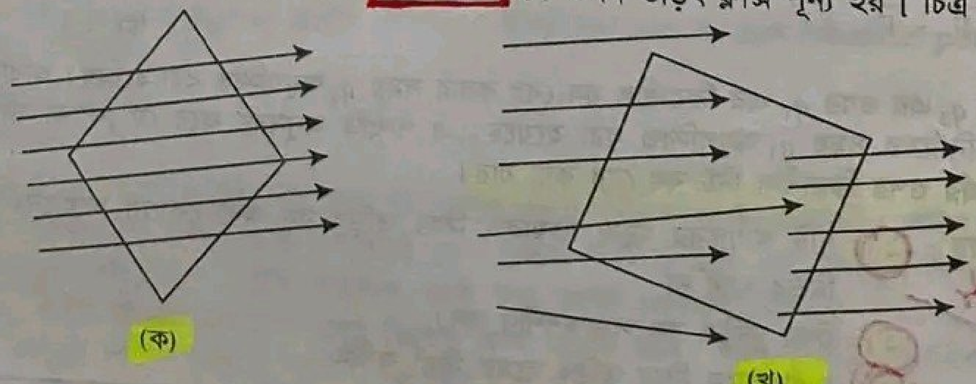
এস. আই. (S. I.) পদ্ধতিতে বলের একক নিউটন এবং চার্জের একক কুলম্ব। অতএব, তড়িৎ ক্ষেত্রের একক হবে নিউটন/কুলম্ব (N/C)। এ ছাড়া আরো একটি একক আছে। সেটি হলো ভোল্ট/মিটার (V/m)। বৈদ্যুতিক ক্ষেত্রের নতি বিবেচনা করে লেখা যায় $E = -\frac{dV}{dx}$ । অতএব ভোল্ট/মি. এককটি বেশি ব্যবহৃত হয়।

২·২·৫ তড়িৎ ফ্লাক্স
Electric flux

কোনো তল বা পৃষ্ঠের ভেতর দিয়ে যতগুলো তড়িৎ বলরেখা অতিক্রম করে তাকে তড়িৎ ফ্লাক্স বলে। একে φ_E দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

(i) তড়িৎ ক্ষেত্র এবং তলের অভিলম্ব যখন সমান্তরাল অবস্থানে থাকে তখন তড়িৎ ফ্লাক্স সর্বাধিক হয় [চিত্র ২·৪ (ক)]।

(ii) তড়িৎ ক্ষেত্র এবং তলের অভিলম্ব যখন সমকোণে থাকে তখন তড়িৎ ফ্লাক্স শূন্য হয় [চিত্র ২·৪ (খ)]



চিত্র ২·৪

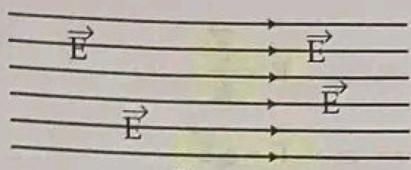
একাধিক বিন্দু চার্জের জন্য কোনো বিন্দুতে সৃষ্ট তড়িৎ ক্ষেত্রের প্রাবল্য নির্ণয় করতে হলে ওই বিন্দুতে প্রতিটি চার্জের জন্য আলাদাভাবে প্রাবল্য নির্ণয় করতে হয় এবং নিট প্রাবল্য হবে আলাদাভাবে নির্ণীত তড়িৎ প্রাবল্যের ভেক্টর যোগফল। অতএব, N সংখ্যক চার্জ থাকলে এদের জন্য সৃষ্ট মোট তড়িৎ প্রাবল্য হবে

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots\dots\dots\dots + \vec{E}_n = \Sigma\vec{E}_n \qquad \dots \quad (2.9)$$

"তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে প্রাবল্য 10 এস. আই. একক।" উক্ত উক্তি দ্বারা বুঝি যে তড়িৎ ক্ষেত্রের ওই বিন্দুতে 1 কুলম্ব ধন চার্জের উপর 10 নিউটন বল ক্রিয়া করবে।

সুষম তড়িৎ ক্ষেত্র (Uniform electric field) :

কোনো তড়িৎ ক্ষেত্রের সকল বিন্দুতে প্রাবল্য যদি একই হয় তবে ওই তড়িৎ ক্ষেত্রকে সুষম তড়িৎ ক্ষেত্র বলে। অন্য কথায় কোনো তড়িৎ ক্ষেত্রের মান ও দিক সর্বত্র সমান হলে তাকে সুষম তড়িৎ ক্ষেত্র বলে [চিত্র ২·৫]। চিত্রে সমান ফাঁকবিশিষ্ট সমান্তরাল বল রেখা দ্বারা সুষম তড়িৎ ক্ষেত্র বুঝানো হয়েছে।



চিত্র ২·৫

২·২·৬ তড়িৎ বলরেখা
Electric line of force

তড়িৎ ক্ষেত্রে একটি মুক্ত ধনাত্মক চার্জ স্থাপন করলে এটি যে পথে পরিভ্রমণ করে তাকে তড়িৎ বলরেখা বলে। একে তড়িৎ ক্ষেত্র রেখাও বলে। তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে বল রেখার সাথে অঙ্কিত স্পর্শক ওই বিন্দুতে তড়িৎ প্রাবল্যের দিক নির্দেশ করে। বলরেখার সাথে লম্বভাবে অবস্থিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে অতিক্রান্ত বলরেখার সংখ্যা প্রাবল্যের মানের সমানুপাতিক।

ধর্ম :

১. তড়িৎ বলরেখা খোলা বক্র রেখা।
২. বলরেখাগুলো পরস্পরের ওপর আড়াআড়িভাবে পার্শ্বচাপ দেয়।
৩. দুটি বলরেখা কখনো পরস্পরকে ছেদ করে না।
৪. বলরেখাগুলো ধনাত্মকভাবে চার্জিত পৃষ্ঠ হতে বের হয়ে ঋণাত্মক পৃষ্ঠে শেষ হয়।
৫. বলরেখাগুলো স্থিতিস্থাপক সুতার মতো দৈর্ঘ্য বরাবর সঙ্কুচিত হওয়ার চেষ্টা করে।
৬. তড়িৎ ক্ষেত্রে বলরেখাগুলি ঘন সন্নিবিষ্ট হলে সেখানে তড়িৎ প্রাবল্য বৃদ্ধি পায় এবং বলরেখাগুলির ঘনত্ব কম হলে তড়িৎ প্রাবল্য হ্রাস পায়।
৭. একই পরিবাহীতে কোনো তড়িৎ বলরেখারই শুরু ও শেষ হয় না।

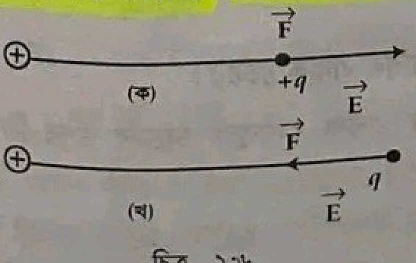
সম্প্রসারিত কাজ : কোনো বলরেখা শুরু ও শেষ কি একই পরিবাহীতে হতে পারে ? —ব্যাখ্যা কর।

কোনো পরিবাহীর এক অংশ ধনাত্মক ও অপর অংশ ঋণাত্মক আধানে আহিত হলেই কেবল কোনো বলরেখার শুরু ও শেষ একই পরিবাহীতে হতে পারে। তবে কোনো আহিত পরিবাহীর আধান তার পৃষ্ঠতলে সাধারণত ছড়িয়ে থাকে; ফলে পরিবাহীর এক অংশ ধনাত্মক ও অপর অংশ ঋণাত্মক আধানে আহিত হতে পারে না। সুতরাং কোনো বলরেখাই একই পরিবাহীতে শুরু ও শেষ হতে পারে না।

২·২·৭ তড়িৎ ক্ষেত্রের প্রাবল্য বা তড়িৎ প্রাবল্য
Electric field intensity or electric intensity

তড়িৎ ক্ষেত্রের সর্বত্র এর প্রভাব সমান নয়। চার্জিত বা আহিত বস্তুর কাছাকাছি তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একটি পরখ চার্জ যতটুকু বল অনুভব করবে দূরে তার চেয়ে কম বল অনুভব করবে। আবার চার্জিত বস্তুর চার্জের পরিমাণ বেশি হলে ওই একই বিন্দুতে কম চার্জের বস্তু অপেক্ষা বেশি বল অনুভূত হবে। তড়িৎ ক্ষেত্রের এই সবলতা বা দুর্বলতা একটি তড়িৎ রাশি দ্বারা প্রকাশ করা হয়। একে তড়িৎ ক্ষেত্রের প্রাবল্য বা তীক্ষ্ণতা সংক্ষেপে তড়িৎ প্রাবল্য (electric intensity) বলে। তড়িৎ ক্ষেত্রের একই অবস্থান বিন্দুতে স্থাপিত পরখ চার্জ ও বিন্দু চার্জের মধ্যে ক্রিয়াশীল বলের মান পরখ চার্জের পরিমাণ অনুসারে ভিন্ন ভিন্ন মানের হয়; কিন্তু একক পরখ চার্জের উপর ক্রিয়াশীল বল একই মানের হয়। সুতরাং তড়িৎ প্রাবল্যের নিম্নরূপ সংজ্ঞা দেয়া যায়।

সংজ্ঞা : তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একটি একক ধনাত্মক চার্জ স্থাপন করলে সেটি যে বল অনুভব করে তাকে ওই বিন্দুর তড়িৎ প্রাবল্য বলে। অর্থাৎ কোনো বিন্দুতে একক আধান বা চার্জের ওপর ক্রিয়াশীল বলকে তড়িৎ ক্ষেত্রের প্রাবল্য বলা হয়। একে ক্ষেত্র প্রাবল্যও (field intensity) বলে। তড়িৎ প্রাবল্যের একক নিউটন/কুলম্ব। তড়িৎ ক্ষেত্র $\vec{E}$ দ্বারা প্রকাশ করা যায়। এটি ভেক্টর রাশি।



চিত্র ২·৬

তড়িৎ ক্ষেত্র যেহেতু ভেক্টর রাশি, অতএব এর দিক ও মান রয়েছে। E-এর দিক হলো একটি ধনাত্মক পরখ চার্জের ওপর ক্রিয়াশীল বলের দিক [চিত্র ২·৬(ক)], ঋণাত্মক চার্জের ক্ষেত্রে $\vec{E}$-এর দিক $\vec{F}$-এর বিপরীতমুখী হয় [চিত্র ২·৬(খ)]।

তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে স্থাপিত পরখ চার্জ q_0-এর ওপর ক্রিয়াশীল বল $\vec{F}$ হলে, ওই বিন্দুতে তড়িৎ প্রাবল্য হবে,

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (2.10)$$

$$\therefore \quad \vec{F} = q_0\vec{E} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (2.11)$$

সমীকরণ (2.11) তড়িৎ প্রাবল্য এবং তড়িৎ বলের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে।

তড়িৎ ক্ষেত্রে বলের মানকে চার্জের মান দ্বারা ভাগ করলে ভাগফলই হবে তড়িৎ ক্ষেত্রের প্রাবল্যের বা তড়িৎ ক্ষেত্রের মান।

আধান ঘনত্ব বা আধানের তলমাত্রিক ঘনত্ব
Charge density or surface charge density

সংজ্ঞা : পরিবাহীর পৃষ্ঠের কোনো বিন্দুর চারদিকে প্রতি একক ক্ষেত্রফলের উপরিস্থিত চার্জের বা আধানের পরিমাণকে ওই বিন্দুর আধান ঘনত্ব বলে। একে তলমাত্রিক ঘনত্বও বলে। কোনো তলের ক্ষেত্রফল A এবং ওই তলে চার্জের মোট পরিমাণ Q হলে আধান ঘনত্ব, $\sigma = \frac{Q}{A}$।

একক : আধান ঘনত্বের একক কুলম্ব/মিটার^2 (Cm^{-2})।

গাণিতিক উদাহরণ ২.২

১। একটি গোলকের মোট চার্জ 9 C, ব্যাসার্ধ = 30 cm হলে চার্জ ঘনত্ব কত ?

[BUET Admission Test, 2015–16]

আমরা জানি,

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

$$\therefore \sigma = \frac{9}{4\pi(0{\cdot}3)^2}$$

$$= \frac{9}{4 \times 3{\cdot}14 \times 0{\cdot}09}$$

$$= \frac{100}{12{\cdot}56} = 7{\cdot}96\ Cm^{-2}$$

এখানে,

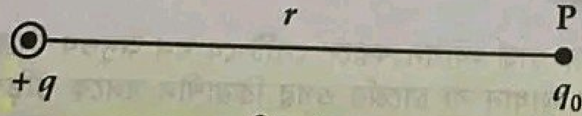
$Q = 9\,C$

$R = 30\,cm = 0{\cdot}3\,m$

$\sigma = ?$

২.২.৮ বিন্দু আধানের জন্য তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে তড়িৎ প্রাবল্যের রাশিমালা
Expression for the electric field intensity at a point in an electric field due to a point charge

মনে করি কোনো মাধ্যমে একটি ধনাত্মক আধান $+q$ রয়েছে। ওই আধান হতে r দূরত্বে অবস্থিত P বিন্দুতে তড়িৎ প্রাবল্য নির্ণয় করতে হবে।



চিত্র ২.৭

ধরা যাক P বিন্দুতে একটি পরখ চার্জ q_0 স্থাপন করা হয়েছে [চিত্র ২.৭]। এখন, q_0 পরখ চার্জের ওপর ক্রিয়াশীল বল,

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 k}\frac{qq_0}{r^2}\hat{n} \quad \cdots \quad \cdots \quad (2.12)$$

এখানে k হলো ওই মাধ্যমের পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবক এবং $\hat{n}$ হলো $\vec{F}$ বরাবর একক ভেক্টর।

এখন, তড়িৎ প্রাবল্যের সংজ্ঞা হতে আমরা জানি, তড়িৎ প্রাবল্য হচ্ছে একক ধনাত্মক চার্জের উপর ক্রিয়াশীল বল। অর্থাৎ, $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$ $\quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (2.13)$

সমীকরণ (2.12) ব্যবহার করে আমরা পাই,

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 k}\frac{qq_0}{r^2}\hat{n}\frac{1}{q_0}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 k}\frac{q}{r^2}\hat{n} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (2.14)$$

তড়িৎ প্রাবল্যের মান হবে, $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 k}\frac{q}{r^2} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (2.15)$

বায়ু বা শূন্য মাধ্যমে, $k = 1$। সুতরাং শূন্য বা বায়ু মাধ্যমে $+q$ ধনাত্মক চার্জ স্থাপন করলে, r দূরত্বে তড়িৎ প্রাবল্য হবে, $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{n} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (2.16)$

তড়িৎ প্রাবল্যের মান হবে, $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (2.17)$

বি.দ্র. পরখ চার্জের আশেপাশে এক বা একাধিক চার্জই হলো তড়িৎ ক্ষেত্রের উৎস। মনে রাখা দরকার যে সমীকরণ (2.14)-এ পরখ চার্জের আশেপাশের চার্জের জন্য সৃষ্ট তড়িৎ ক্ষেত্র বুঝায়, পরখ চার্জের জন্য নয়। পরখ চার্জ এত ক্ষুদ্র যে এর উপস্থিতি ওই তড়িৎ ক্ষেত্রকে প্রভাবিত বা বিকৃত করে না।

অনুসন্ধানমূলক কাজ : দুটি বিন্দু আধান কিছু দূরত্বে রয়েছে। এদের মধ্যবর্তী কোনো বিন্দুতে যদি তড়িৎ প্রাবল্যের মান শূন্য হয় তবে আধান দুটি সম্বন্ধে কী সিদ্ধান্ত গ্রহণ করা যায় ?

তড়িৎ আধান দুটির মধ্যবর্তী কোনো বিন্দুতে তড়িৎ প্রাবল্যের মান শূন্য হলে এই সিদ্ধান্তে আসা যায় যে আধান দুটির প্রকৃতি একই। তা না হলে আধান দুটির মধ্যবর্তী কোনো বিন্দুতে তড়িৎ প্রাবল্য একই অভিমুখে হবে। ফলে তাদের লব্ধি কখনও শূন্য হবে না।

গাণিতিক উদাহরণ ২.৩

১। 1.6×10^{-9} C (বা, 1.6×10^{-3} μC) চার্জে চার্জিত একটি ক্ষুদ্র গোলক বায়ুতে স্থাপন করা হলো। চার্জিত গোলকের কেন্দ্র হতে 0.15 m (বা 15 cm) দূরে কোনো বিন্দুতে বৈদ্যুতিক প্রাবল্য বের কর। [কু. বো. ২০১০]

আমরা জানি, বায়ুতে বৈদ্যুতিক প্রাবল্য,

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}$$

$$= 9 \times 10^9 \times \frac{1.6 \times 10^{-9}}{(0.15)^2}$$

$$= 640\ \text{NC}^{-1}$$

এখানে,

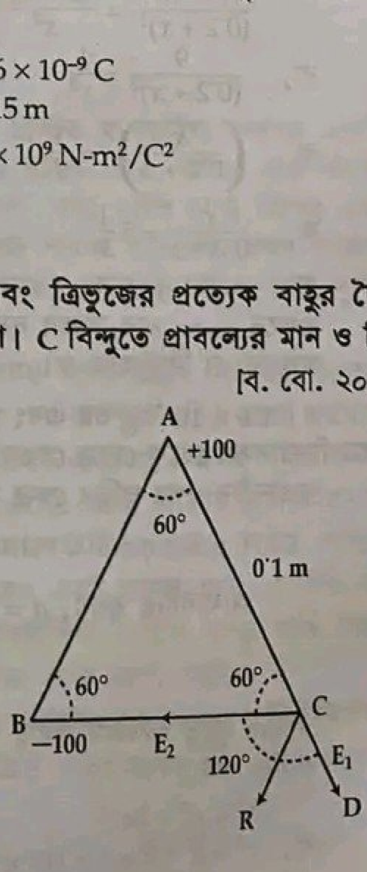
$q = 1.6 \times 10^{-9}$ C

$r = 0.15$ m

$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9$ N-m²/C²

$E = ?$

২। একটি সমবাহু ত্রিভুজের A, B এবং C তিনটি কৌণিক বিন্দু এবং ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 0.1 m। ত্রিভুজের A ও B বিন্দুতে +100 C এবং −100 C চার্জ স্থাপন করা হলো। C বিন্দুতে প্রাবল্যের মান ও দিক নির্ণয় কর। [ব. বো. ২০১১]



ধরি মাধ্যম বায়ু।

শর্তানুসারে + 100 C চার্জের দরুন C বিন্দুতে ACD এর দিকে প্রাবল্য,

$$E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times 100}{(0.1)^2} = 9 \times 10^{13}\ \text{N/C}$$

পুনঃ, − 100 C চার্জের দরুন ত্রিভুজের C বিন্দুতে CB-এর দিকে প্রাবল্য,

$E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 100}{(0.1)^2} = 9 \times 10^{13}$ N/C। প্রাবল্য দুটির মান সমান বলে C বিন্দুতে এদের লব্ধি প্রাবল্য ∠BCD-কে সমদ্বিখণ্ডিত করবে। কিন্তু ∠BCD = 120°। সুতরাং তড়িৎ ক্ষেত্রের C বিন্দুতে লব্ধি প্রাবল্য AB-এর সমান্তরাল হবে।

৫। একটি বিন্দু চার্জের জন্য সৃষ্ট তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো একটি বিন্দুতে তড়িৎ প্রাবল্য ও তড়িৎ বিভবের মান যথাক্রমে $40\ NC^{-1}$ এবং $25\ JC^{-1}$। বিন্দু চার্জটির চার্জ নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2} \quad \dots \quad \dots \quad (i)$$

এবং $$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r} \quad \dots \quad \dots \quad (ii)$$

এখানে,
তড়িৎ প্রাবল্য, $E = 40\ NC^{-1}$
তড়িৎ বিভব, $V = 25\ JC^{-1}$
চার্জ, $q = ?$

বা, $$V^2 = \frac{q^2}{(4\pi\epsilon_0 r)^2}$$

$$\therefore \frac{V^2}{E} = \frac{q^2}{(4\pi\epsilon_0 r)^2} \times \frac{4\pi\epsilon_0 r^2}{q} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}$$

বা, $$\frac{(25)^2}{40} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} = q \times 9 \times 10^9$$

$$\therefore q = \frac{15.625}{9 \times 10^9} = 1.736 \times 10^{-9}\ C$$

৬। স্থির অবস্থা থেকে একটি ইলেকট্রন 50 kV বিভব পার্থক্যের মধ্য দিয়ে পাঠানো হলে ইলেকট্রন $1.5 \times 10^8\ ms^{-1}$ গতিবেগ অর্জন করে। ইলেকট্রনের আধান ও ভরের অনুপাত (e/m) নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV$$

এখানে,
$v = 1.5 \times 10^8\ ms^{-1}$
$V = 50\ kV = 5 \times 10^4$ volt

$$\therefore \frac{e}{m} = \frac{v^2}{2V} = \frac{(1.5 \times 10^8)^2}{2 \times 5 \times 10^4}$$

$$= 0.225 \times 10^{12}\ C/kg$$

$$= 2.25 \times 10^{11}\ C/kg$$

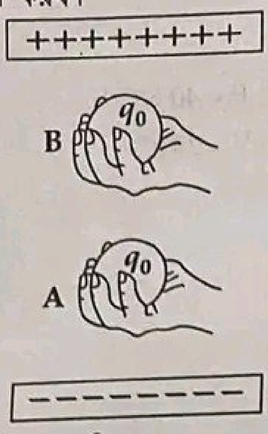
২.২.৯ তড়িৎ বিভব
Electric potential

তড়িৎ বিজ্ঞানে তড়িৎ বিভব একটি বিশেষ প্রয়োজনীয় ও গুরুত্বপূর্ণ রাশি। দুটি চার্জিত বা আহিত বস্তুকে একটি তড়িৎ পরিবাহী তার দ্বারা সংযোগ স্থাপন করলে বস্তু দুটির মধ্যে চার্জের আদান-প্রদান ঘটতে পারে, আবার নাও ঘটতে পারে। চার্জের আদান-প্রদান বস্তু দুটির মধ্যে চার্জের পরিমাণের ওপর নির্ভর করবে না, বস্তু দুটির মধ্যে বিশেষ এক তড়িৎ অবস্থার ওপর নির্ভর করে। এ অবস্থাকে বলা হয় তড়িৎ বিভব। তড়িৎ বিভবের পার্থক্য থাকলেই কেবল চার্জের আদান-প্রদান হবে, অন্যথায় নয়। তড়িৎ বর্তনীতে দুটি বিন্দুর মধ্যে বিভব পার্থক্য থাকার কারণেই তড়িৎ প্রবাহ সৃষ্টি হয়।

দুটি পাত্রের মধ্যে পানির প্রবাহ কিংবা দুটি বস্তুর মধ্যে তাপের আদান-প্রদানের সঙ্গে তড়িৎ বিভবের সাদৃশ্য রয়েছে। একটি বড় ও অন্য একটি ছোট পাত্রের মধ্যে পানি রেখে একটি পাইপ দ্বারা পানির পাত্র দুটির মধ্যে সংযোগ স্থাপন করলে দেখা যাবে যে পানির উচ্চতার পার্থক্য থাকলেই শুধুমাত্র পানির প্রবাহ ঘটবে এবং পানি একই উচ্চতায় না পৌঁছা পর্যন্ত প্রবাহ চলতে থাকবে। অনুরূপ, দুটি বস্তুর মধ্যে তাপীয় সংযোগ দিলে এদের মধ্যে তাপের আদান-প্রদান ঘটবে যতক্ষণ পর্যন্ত বস্তু দুটির তাপমাত্রা সমান না হয় বা তাপ সাম্যাবস্থায় না আসে। উভয় ক্ষেত্রে পাত্রে পানির পরিমাণ বা বস্তুর মধ্যে তাপের পরিমাণের ওপর প্রবাহ নির্ভর করে না। তড়িতের ক্ষেত্রেও একই অবস্থা ঘটে। চার্জিত বা আহিত বস্তু দুটির বিভব পার্থক্য থাকলেই শুধুমাত্র চার্জের প্রবাহ ঘটবে। উচ্চ বিভববিশিষ্ট চার্জিত বস্তু হতে নিম্ন বিভবের চার্জিত বস্তুতে চার্জের প্রবাহ সৃষ্টি হবে। সুতরাং তড়িৎ বিভবের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেয়া যেতে পারে।

সংজ্ঞা : **দুটি চার্জিত বস্তুর মধ্যে চার্জের আদান-প্রদান যে তড়িৎ অবস্থার দ্বারা নির্ধারিত হয়, তাকে তড়িৎ বিভব বলে।** অর্থাৎ বিভব হচ্ছে চার্জিত পরিবাহকের বৈদ্যুতিক অবস্থা যা অন্য কোনো চার্জিত পরিবাহকের সাথে তড়িৎগত-ভাবে সংযুক্ত করলে পরিবাহক চার্জ দেবে না নেবে তা নির্ধারণ করে।

এখন আমরা তড়িৎ বিভব শক্তি এবং এই শক্তির সাহায্যে তড়িৎ বিভব ব্যাখ্যা করব এবং গাণিতিক রাশিমালায় প্রকাশ করব।



চিত্র ২·৮

তড়িৎ বিভব শক্তি (Electric potential energy) : ধরা যাক, বিপরীত চার্জে আহিত দুটি পাতের মধ্যে একটি পরখ চার্জ $+q_0$ স্থিতি অবস্থায় রাখা হয়েছে [চিত্র ২·৮]। যেহেতু পাত দুটি আহিত, ফলে পরখ চার্জটি তড়িৎ বল দ্বারা নিচের পাতের দিকে আকৃষ্ট হবে। এই বলের বিরুদ্ধে কোনো এক পদ্ধতিতে (ধরা যাক হাত দ্বারা) প্রয়োজনীয় বল প্রয়োগ করে পরখ চার্জকে A অবস্থানে স্থির রাখা হয়েছে। এখন, ধরা যাক পরখ চার্জটিকে A অবস্থান হতে B অবস্থানে নিতে নিম্নমুখী তড়িৎ বলের বিরুদ্ধে হাত বাহ্যিক বল প্রয়োগ করে B অবস্থানে নিয়েছে। পরখ চার্জটিকে A অবস্থান হতে B অবস্থানে নিতে বাহ্যিক বলের দ্বারা কাজ করতে হয়েছে। কাজ-শক্তি নীতি অনুসারে, কৃত কাজ বস্তুর মোট শক্তির পরিবর্তনের সমান হবে। A ও B বিন্দুতে বস্তুটি স্থির অবস্থানে থাকায় এর গতিশক্তির কোনো পরিবর্তন ঘটবে না; শুধুমাত্র স্থিতি বা বিভব শক্তির পরিবর্তন হবে। ক্রিয়াটি বৈদ্যুতিক হওয়ায় সংশ্লিষ্ট স্থিতি বা বিভব শক্তিকে বলা হয় **তড়িৎ বিভব শক্তি**। কাজ-শক্তি নীতি অনুযায়ী এই সম্পাদিত কাজ W_{AB} তড়িৎ বিভব শক্তির পরিবর্তনের সমান হবে। অর্থাৎ

$$W_{AB} = E_B - E_A \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.18)$$

এখানে E_B ও E_A যথাক্রমে B ও A বিন্দুতে তড়িৎ বিভব শক্তি (electric potential energy)। এখন তড়িৎ বল সংরক্ষণশীল বল হওয়ায়, পরখ চার্জকে A হতে B বিন্দুতে যে পথেই নেয়া হোক না কেন সম্পাদিত কাজ W_{AB} সকল পথের জন্য একই হবে। চার্জটি A বিন্দু হতে B বিন্দুতে নিতে কৃত কাজের পরিমাণ চার্জের পরিমাণের ওপর নির্ভরশীল; কেননা পরখ চার্জের গতি বাধাদানকারী তড়িৎ বলের মান চার্জের পরিমাণের ওপর নির্ভর করে [যেহেতু $F = Eq_0$]। সুতরাং একক চার্জের ওপর সম্পাদিত কাজ হিসাব করাই শ্রেয়। অতএব একক চার্জের ওপর কৃত কাজ

$$\frac{W_{AB}}{q_0} = \frac{E_B - E_A}{q_0} = \frac{E_B}{q_0} - \frac{E_A}{q_0} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.19)$$

এই একক চার্জের বিভব শক্তিকে তড়িৎ বিভব বা সংক্ষেপে **বিভব** বলে।

$$\therefore \quad \frac{W_{AB}}{q_0} = V_B - V_A \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.20)$$

এখানে V_B ও V_A যথাক্রমে B ও A বিন্দুতে তড়িৎ বিভব।

সুতরাং আমরা তড়িৎ বিভবের নিম্নোক্ত গাণিতিক সংজ্ঞা দিতে পারি।

সংজ্ঞা : তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে স্থাপিত চার্জ q_0-এর বিভব শক্তিকে চার্জ q_0 দ্বারা ভাগ করলে যে মান পাওয়া যায় তাকে ওই বিন্দুর তড়িৎ বিভব বলে।

এখন ধরা যাক A বিন্দু অসীম দূরত্বে অবস্থিত। অসীম দূরত্বে বিভব $V_A = 0$ ধরা হয়। সুতরাং ওপরের সমীকরণে $V_A = 0$ বসিয়ে এবং উপচিহ্নগুলো তুলে নিলে পাওয়া যায়,

$$\frac{W}{q_0} = V$$

$$\text{বা,} \quad V = \frac{W}{q_0} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.21)$$

অতএব, সমীকরণ (2.21) থেকে বিভবের আর একটি গাণিতিক সংজ্ঞা দেয়া যায়।

সংজ্ঞা : অসীম দূর হতে একটি একক ধন চার্জকে তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয় তাকে উক্ত ক্ষেত্রের দরুন ওই বিন্দুর বিভব বা তড়িৎ বিভব বলে। একে V দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

মনে করি কোনো বিন্দুতে তড়িৎ বিভব = V। অতএব অসীম দূরত্ব হতে একক ধন চার্জকে উক্ত বিন্দুতে আনতে V পরিমাণ কাজ সাধিত হবে। এখন যদি বহু দূর হতে q পরিমাণ চার্জকে ওই বিন্দুতে আনা হয়, তবে কাজের পরিমাণ হবে,

কাজ = বিভব × চার্জ

অর্থাৎ $W = V \times q$

$$\text{বা,} \quad V = \frac{W}{q} = \frac{\text{কাজ}}{\text{চার্জ}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.22)$$

যেহেতু একক ধন চার্জ স্থানান্তরে কৃত কাজ দ্বারা বিভব পরিমাপ করা হয়, কাজেই কাজের ন্যায় বিভবেরও অভিমুখ নেই, কেবল পরিমাণ আছে। তাই তড়িৎ বিভব একটি স্কেলার রাশি। ঋণ চার্জ ও একক ধন চার্জের মধ্যকার আকর্ষণই কাজ করবে। সুতরাং ঋণ চার্জের জন্য বিভব ঋণ রাশি হবে।

একক : এস. আই. (S. I.) পদ্ধতিতে বিভব শক্তির একক জুল, চার্জের একক কুলম্ব। সুতরাং তড়িৎ বিভবের একক

$V = \frac{\text{জুল}}{\text{কুলম্ব}}$ (Joule/Coulomb)

তড়িৎ বিভবের এই জুল/কুলম্ব একককে ভোল্ট বলে।

1 ভোল্ট বিভব : অসীম দূরত্ব হতে 1 কুলম্ব ধন চার্জকে তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যদি 1 জুল কাজ করতে হয় তবে ওই বিন্দুর বিভবকে 1 ভোল্ট বলে।

নিজে কর : তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে তড়িৎ প্রাবল্য শূন্য হলে ওই বিন্দুতে তড়িৎ বিভব কী শূন্য হবে ?

তড়িৎ প্রাবল্য ও বিভবের মধ্যে সম্পর্ক হলো, $E = -\frac{dV}{dx}$। এখন V ধ্রুব হলে $\frac{dV}{dx} = 0$, অর্থাৎ $E = 0$।

সুতরাং E শূন্য হলে V ধ্রুব হবে। যেমন ফাঁপা চার্জিত পরিবাহীর অভ্যন্তরে সর্বত্র V ধ্রুব; কিন্তু E শূন্য। তবে ওই পরিবাহী অচার্জিত হলে V-ও শূন্য হবে। অতএব, তড়িৎ প্রাবল্য শূন্য হলে তড়িৎ বিভব শূন্য হতেও পারে, আবার নাও হতে পারে।

গাণিতিক উদাহরণ ২.৪

১। 20 μC বিশিষ্ট একটি চার্জ বৈদ্যুতিক ক্ষেত্র তৈরি করে। চার্জটি থেকে 10 cm এবং 5 cm দূরত্বে দুটি বিন্দুর অবস্থান। একটি বিন্দু হতে অপর বিন্দুতে একটি ইলেকট্রন নিতে কাজের পরিমাণ বের কর।

[BUET Admission Test, 2006–07]

আমরা জানি,

$$W = q(V_2 - V_1) = q\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$

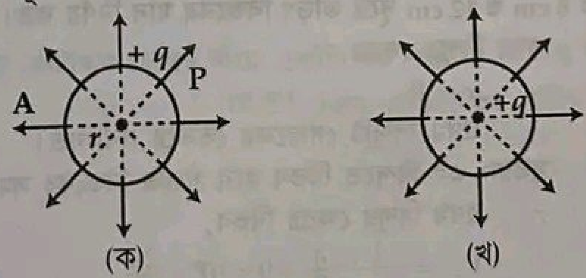
$$\therefore \quad W = 20 \times 10^{-6} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 9 \times 10^{9}\left(\frac{1}{0.05} - \frac{1}{0.1}\right)$$

$$W = 2.88 \times 10^{-13}\ \text{J}$$

এখানে,
$Q = 20\ \mu C = 20 \times 10^{-6}$ C
$r_1 = 10$ cm $= 0.1$ m
$r_2 = 5$ cm $= 0.05$ m
$q = 1.6 \times 10^{-19}$ C
$W = ?$

২.২.১০ চার্জগ্রস্ত গোলকের বিভব
Potential of a charged sphere

মনে করি A একটি গোলক [চিত্র ২.৯(ক)]। এর ব্যাসার্ধ $= r$। গোলকে $+q$ পরিমাণ চার্জ প্রদান করলে তা গোলকের তলে সমভাবে ছড়িয়ে পড়বে। গোলকের তল হতে বলরেখাসমূহ লম্বভাবে সব দিকে সরলরেখায় গমন করবে। এই রেখাগুলোকে পিছনের দিকে বর্ধিত করলে তারা গোলকের কেন্দ্রে মিলিত হবে। এখন যদি ধরে নেই যে, $+q$ পরিমাণ চার্জ গোলকের কেন্দ্রে অবস্থিত আছে, তবে একই রকম বলরেখা গোলকের তল দিয়ে চারদিকে বের হয়ে যাবে [চিত্র ২.৯(খ)]। অতএব যে-কোনো দিক হতেই বিবেচনা করা হোক না কেন $+q$ পরিমাণ চার্জ গোলকের কেন্দ্রে কেন্দ্রীভূত ধরা যায়। সুতরাং গোলকের পৃষ্ঠে P একটি বিন্দু নিলে ওই বিন্দুতে তার বিভব হবে,



চিত্র ২.৯

বায়ু মাধ্যমে $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q}{r}$ এবং তড়িৎ

প্রাবল্য, $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q}{r^2}$

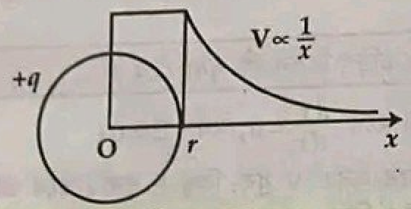
কিন্তু গোলকের পৃষ্ঠের চার্জের তল ঘনত্ব, $\sigma = \frac{q}{A} = \frac{q}{4\pi r^2}$; এখানে, A = গোলকের ক্ষেত্রফল

$\therefore$ তড়িৎ প্রাবল্য, $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q}{r^2} = \frac{q}{4\pi r^2\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon_0 A}$

বা, তড়িৎ প্রাবল্য, $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

গোলকের অভ্যন্তরে সর্বত্র বিভব এর পৃষ্ঠের বিভবের সমান। কেননা গোলকের পৃষ্ঠে বিভব V এবং অভ্যন্তরে কোনো বিন্দুতে বিভব V_0 হলে, $V - V_0$ = প্রাবল্য × দূরত্ব = 0, যেহেতু গোলকের অভ্যন্তরে প্রাবল্য শূন্য।

$\therefore$ $V = V_0$ । অতএব গোলকের পৃষ্ঠে বা অভ্যন্তরে বিভব, $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q}{r}$



চিত্র ২.৯(গ)

গোলকের চারপাশের মাধ্যমের পরাবৈদ্যুতিক বা ডাই-ইলেকট্রিক ধ্রুবক k হলে, $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 k} \times \frac{q}{r}$

বায়ু মাধ্যমে গোলকের কেন্দ্র হতে $x(x > r)$ দূরত্বে যে কোনো বিন্দুতে বিভব, $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q}{r}$। চিত্র ২.৯(গ)-এ দূরত্বের সাথে V এর পরিবর্তন দেখানো হয়েছে।

অনুসন্ধানমূলক কাজ : একই ব্যাসার্ধের ফাঁপা ধাতব গোলক ও নিরেট ধাতব গোলক উভয়কে একই তড়িৎ বিভবে চার্জিত করলে কোনটি বেশি চার্জ ধারণ করবে ?

কোনো ধাতব গোলকে চার্জ প্রদান করলে তা বাইরের পৃষ্ঠে ছড়িয়ে পড়ে। তাই ধাতব গোলকের চার্জ ধারণ এর ফাঁপা বা নিরেট হওয়ার ওপর নির্ভর করে না। এই কারণে একই ব্যাসার্ধের ফাঁপা ধাতব গোলক ও নিরেট ধাতব গোলক উভয়কে একই তড়িৎ বিভবে চার্জিত করলে উভয়ে সমানে চার্জ ধারণ করবে।

কাজ : কোনো গোলকের অভ্যন্তরে যে কোনো বিন্দুর বিভব পৃষ্ঠের বিভবের সমান হয় কেন ?

চার্জিত গোলকের অভ্যন্তরে কোনো বলরেখা এবং তড়িৎ প্রাবল্য থাকে না। তাই অসীম হতে গোলকের পৃ পর্যন্ত ধনাত্মক চার্জকে আনতে যে পরিমাণ কাজ করতে হয়, অসীম হতে গোলকের অভ্যন্তরে যে কোনো বিন্দুতে নি একই পরিমাণ কাজ করতে হয়। এই কারণেই তড়িৎ বিভবের সংজ্ঞানুসারে, কোনো গোলকের অভ্যন্তরে যে কোনো বিন্দুর বিভব পৃষ্ঠের বিভবের সমান।

জানার বিষয় : I. গোলকের ভেতরে যে কোনো স্থানে বিভব নির্ণয় করতে হলে গোলকের ব্যাসার্ধ নির্ণ করতে হয়।

II. গোলকের ভেতর প্রাবল্য শূন্য। পৃষ্ঠে প্রাবল্য থাকে।

গাণিতিক উদাহরণ ২.৫

১। 10 cm ব্যাসার্ধের একটি গোলকের পরিধিতে 10 C মানের দুটি চার্জ স্থাপন করা হলো। গোলকের কে হতে 8 cm ও 12 cm দূরে তড়িৎ বিভবের মান নির্ণয় কর। [য. বো. ২০১

এখানে,
গোলকের ব্যাসার্ধ, $R = 10\text{ cm} = 0.1\text{ m}$
মোট চার্জ, $q = 2 \times 10\text{ C} = 20\text{ C}$
গোলকের কেন্দ্র হতে দূরত্ব যথাক্রমে,
$x_1 = 8\text{ cm} = 0.08\text{ m}$
এবং $x_2 = 12\text{ cm} = 0.12\text{ m}$
$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9\text{ N-m}^2/\text{C}^2$
বিভব, $V_1 = ?$ এবং $V_2 = ?$

প্রথম বিন্দুর ক্ষেত্রে,
$x_1 < R$
$\therefore$ প্রথম বিন্দুটি গোলকের ভেতরে অবস্থিত।
সুতরাং এই বিন্দুতে বিভব হবে পৃষ্ঠের বিভবের সমান।
$\therefore$ প্রথম বিন্দুর ক্ষেত্রে বিভব,

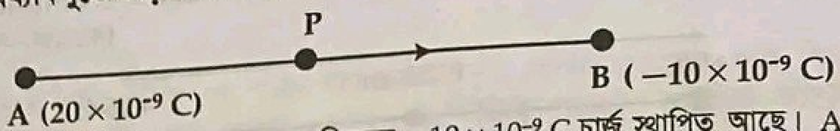
$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R} = 9 \times 10^9 \times \frac{20}{0.1} = 1.8 \times 10^{12}\text{ V}$$

আবার, দ্বিতীয় বিন্দুর ক্ষেত্রে, $x_2 > R$
$\therefore$ দ্বিতীয় বিন্দুতে বিভব,

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{x_2} \text{ সূত্রানুসারে,}$$

$$= 9 \times 10^9 \times \frac{20}{0.12} = 1.5 \times 10^{12}\text{ V}$$

৪। $+20 \times 10^{-9}$ C এবং -10×10^{-9} C চার্জবিশিষ্ট দুটি ক্ষুদ্রাকার গোলকের মধ্যবর্তী দূরত্ব 20 cm। আধান দুটির সংযোগরেখার মধ্যবিন্দুতে তড়িৎ প্রাবল্য কত হবে ?



ধরা যাক, A বিন্দুতে $+20 \times 10^{-9}$ C এবং B বিন্দুতে -10×10^{-9} C চার্জ স্থাপিত আছে। AB এর মধ্যবিন্দু P তে লব্ধি প্রাবল্য নির্ণয় করতে হবে। এখানে AB = 20 cm = 0·2 m।

∴ প্রত্যেক আধান থেকে P বিন্দুর দূরত্ব, $r = AP = BP = \frac{AB}{2} = 0{\cdot}1$ m

এখন A বিন্দুর আধানের জন্য P বিন্দুতে প্রাবল্য,

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_1}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{20 \times 10^{-9}}{(0{\cdot}1)^2} = 18000\ NC^{-1},\ PB \text{ বরাবার।}$$

আবার, B বিন্দুর আধানের জন্য P বিন্দুতে প্রাবল্য,

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{-10 \times 10^{-9}}{(0{\cdot}1)^2} = -9000\ NC^{-1},\ PB \text{ বরাবার।}$$

− ve চিহ্ন আকর্ষণ তথা অন্তর্মুখী দিক বোঝায়।

যেহেতু E_1 এবং E_2 একই দিকে ক্রিয়া করে,

তাই লব্ধি প্রাবল্য, $E = E_1 + E_2 = (18000 + 9000)\ NC^{-1} = 27000\ NC^{-1}$, PB বরাবর।

২·২·১১ বিভব পার্থক্য
Potential difference

তড়িৎ ক্ষেত্রের দুটি বিন্দুর মধ্যে তড়িৎ বিভবের ব্যবধানকে বিভব পার্থক্য বা বিভব বৈষম্য বলে।

অথবা, তড়িৎ ক্ষেত্রের এক বিন্দু হতে অপর বিন্দুতে একটি একক ধন চার্জকে স্থানান্তর করতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয় তাকে ওই দুই বিন্দুর মধ্যকার বিভব পার্থক্য বলে।

তড়িৎ ক্ষেত্রের একটি বিন্দু হতে অপর একটি বিন্দুতে একক ধন চার্জকে আনতে যে পরিমাণ কাজ করা হয় তাই ওই দুই বিন্দুর বিভব পার্থক্যের পরিমাপ। কাজেই দুটি বিন্দুর বিভব যথাক্রমে V_A ও V_B হলে সমীকরণ (2.20) অনুসারে ওই দুই বিন্দুর বিভব পার্থক্য ও সম্পাদিত কাজের মধ্যে সম্পর্ক হলো—

$$V_B - V_A = \Delta V = \frac{W_{AB}}{q_0} = \frac{W}{q_0} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.23)$$

$$\therefore \quad W = q_0 \Delta V \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.24)$$

বিভব পার্থক্য ΔV এবং অনেক ক্ষেত্রে শুধুমাত্র V দ্বারাও প্রকাশ করা হয়। এর একক **ভোল্ট**। এক বস্তু হতে অপর বস্তুতে চার্জ প্রবাহিত হলে বুঝতে হবে যে, বস্তু দুটির মধ্যে বিভব পার্থক্য বা অসম বিভব রয়েছে। না হলে বস্তু দুটির বিভব সম-বিভব।

ইলেকট্রন ভোল্ট (Electron volt) : পারমাণবিক এবং নিউক্লীয় পদার্থবিদ্যায় কাজ বা শক্তির একক জুল ছাড়াও ইলেকট্রন ভোল্ট একক বহুল ব্যবহৃত হয়। **তড়িৎ ক্ষেত্রের দুটি বিন্দুর বিভব পার্থক্য যদি 1 V হয় এবং একটি মুক্ত ইলেকট্রন এক বিন্দু হতে অপর বিন্দুতে গতিশীল হলে যে গতিশক্তি অর্জন করে তাকে 1 ইলেকট্রন ভোল্ট বা সংক্ষেপে 1 eV বলে।**

সুতরাং, 1 eV = 1টি ইলেকট্রনের আধান × 1 V

$$1\ eV = 1{\cdot}6 \times 10^{-19}\ C \times 1V = 1{\cdot}6 \times 10^{-19}\ C \times \frac{1J}{1C} = 1{\cdot}6 \times 10^{-19} J \quad \left[\because 1V = \frac{1J}{1C}\right]$$

এক ইলেকট্রন ভোল্টের 10 লক্ষ গুণ অর্থাৎ 10^6 গুণ বড় একককে মেগা ইলেকট্রন ভোল্ট বা মিলিয়ন ইলেকট্রন ভোল্ট বলে। $1\ MeV = 10^6\ eV = 1{\cdot}6 \times 10^{-13}$ J

পৃথিবীর বিভব (Potential of the earth) : কোনো বস্তুর বিভব পরিমাপের সময় পৃথিবীর বিভব শূন্য ধরে এর সাপেক্ষে ওই বস্তুর বিভব তুলনা করা হয়। পৃথিবী একটি বিরাট তড়িৎ পরিবাহী বস্তু। কোনো ঋণচার্জে চার্জিত বস্তুকে পরিবাহী দ্বারা পৃথিবীর সঙ্গে যুক্ত করলে বস্তু থেকে ইলেকট্রন পৃথিবী তথা মাটিতে প্রবাহিত হয়ে বস্তুটি

চার্জহীন হয়ে পড়ে। আবার ধনচার্জে চার্জিত বস্তুকে পৃথিবীর সাথে সংযুক্ত করলে পৃথিবী হতে ইলেকট্রন বস্তুতে প্রবাহিত হয়ে বস্তুটিকে চার্জহীন করে। প্রতিনিয়ত বিভিন্ন বস্তু হতে পৃথিবী চার্জ গ্রহণ বা বিভিন্ন বস্তুতে চার্জ প্রদান করছে। কিন্তু পৃথিবী একটি বিরাট পরিবাহী বলে এর চার্জের কোনো পরিবর্তন হয় না। ফলে বিভবেরও কোনো পরিবর্তন হয় না। পৃথিবীর বিভব চার্জহীন বস্তুর মতো শূন্য ধরা হয়।

গাণিতিক উদাহরণ ২.৬

১। একটি স্থির তড়িৎ ক্ষেত্রের উৎস থেকে দুটি বিন্দু P ও Q যথাক্রমে 1m ও 2m দূরে অবস্থিত। উৎস থেকে x দূরে তড়িৎ ক্ষেত্রটির প্রাবল্য, $E=\frac{5}{x^3}$। P ও Q বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে বিভব পার্থক্য নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$E=-\frac{dV}{dx}$$

$$\therefore \quad \frac{5}{x^3}=-\frac{dV}{dx}$$

বা, $dV=-\frac{5}{x^3}dx$

$$\therefore \quad V_P-V_Q=\int_2^1 -\frac{5}{x^3}dx=5\left[\frac{1}{2x^2}\right]_2^1=\frac{5}{2}\left[\frac{1}{x^2}\right]_2^1$$

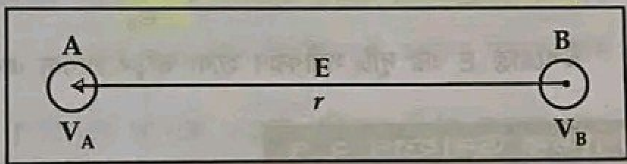
$$=\frac{5}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)=\frac{5}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{5}{8} \text{ একক}$$

এখানে,
$E=\frac{5}{x^3}$
P বিন্দুর দূরত্ব, $x_1=1$ m
Q বিন্দুর দূরত্ব, $x_2=2$ m
$\Delta V=?$

২.২.১২ তড়িৎ প্রাবল্য এবং তড়িৎ বিভবের মধ্যে সম্পর্ক
Relation between electric intensity and electric potential

মনে করি A এবং B তড়িৎ ক্ষেত্রের মধ্যস্থিত নিকটবর্তী দুটি বিন্দু [চিত্র ২.১০]। মনে করি A বিন্দুর তড়িৎ বিভব $=V_A$ এবং B বিন্দুর তড়িৎ বিভব $=V_B$। যদি $V_A>V_B$ হয়, তবে বিভব পার্থক্য

$$=V_A-V_B \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.25)$$



চিত্র ২.১০

এখন A এবং B বিন্দু নিকটবর্তী হওয়ায় বিন্দু দুটিতে প্রাবল্য একই হবে গণ্য করা যায়। ধরি প্রাবল্য = E

∴ একক ধন চার্জকে B হতে A বিন্দুতে আনতে কাজের পরিমাণ

$$= \text{প্রাবল্য} \times \text{দূরত্ব} = E\times AB \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.26)$$

কিন্তু একক ধন চার্জকে B হতে A বিন্দুতে আনতে কাজের পরিমাণ উক্ত বিন্দু দুটির বিভব পার্থক্যের সমান।

∴ আমরা পাই, $E\times AB=(V_A-V_B)$ বা, $E=\frac{V_A-V_B}{AB}$

যদি A এবং B বিন্দুর মধ্যে দূরত্ব r হয়, তবে

$$E=\frac{V_A-V_B}{r}=\frac{\text{বিভব পার্থক্য}}{\text{দূরত্ব}}=\frac{V}{r} \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.27)$$

ক্যালকুলাসের সাহায্যে একে লেখা যায়, $E=-\frac{dV}{dr}$

এখানে ঋণ চিহ্ন নির্দেশ করে যে, বিভব বৃদ্ধির জন্য একটি ধনাত্মক চার্জকে তড়িৎ ক্ষেত্রের বিপরীত দিকে সরণ ঘটাতে হবে।

উপরোক্ত সমীকরণ হতে বলা যায় যে, বৈদ্যুতিক ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুর তড়িৎ প্রাবল্য ওই বিন্দুতে দূরত্ব সাপেক্ষে বিভবের পরিবর্তনের হারের সমান।

উল্লেখ্য : $\frac{dV}{dr}$-কে বিভবের নতিমাত্রা (potential gradient) বলে।

সমীকরণ (2.27) অনুসারে E এর এস. আই. একক ভোল্ট/মিটার (V/m)।

অতএব তড়িৎ প্রাবল্য E-এর দুটি একক রয়েছে। যথা—নিউটন/কুলম্ব (N/C) এবং ভোল্ট/মিটার (V/m)।

২·২·১৩ আধান ঘনত্ব এবং তড়িৎ প্রাবল্যের মধ্যে সম্পর্ক Relation between charge density and electric intensity

পরিবাহীর পৃষ্ঠের কোনো বিন্দুর চারদিকে প্রতি একক ক্ষেত্রফলের উপরস্থ আধানের পরিমাণকে ওই বিন্দুর আধান ঘনত্ব (charge density) বলে। একে আধানের তলমাত্রিক ঘনত্বও বলে।

কোনো তলের ক্ষেত্রফল A এবং ওই তলে মোট আধানের পরিমাণ Q হলে উক্ত তলে আধান ঘনত্ব, $\sigma = \frac{Q}{A}$।

আধান ঘনত্বের একক কুলম্ব/মিটার^2 (Cm^{-2})

মনে করি একটি গোলক K তড়িৎ মাধ্যমাঙ্কবিশিষ্ট কোনো মাধ্যমে অবস্থিত। একটি গোলাকার পরিবাহীর পৃষ্ঠে +Q পরিমাণ চার্জ সুষমভাবে বণ্টিত থাকলে তা ওই গোলকের কেন্দ্রে স্থাপিত বলে ধরে নেওয়া যায়। গোলকের ব্যাসার্ধ r হলে এর পৃষ্ঠে তড়িৎ ক্ষেত্রের প্রাবল্য

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 K r^2}$$

পরিবাহীর ক্ষেত্রফল $A = 4\pi r^2$ এবং আধান ঘনত্ব σ হলে, $\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi r^2}$

উপরোক্ত সমীকরণে $\frac{Q}{4\pi r^2}$-এর মান বসিয়ে পাই,

$$\therefore \quad E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 K}$$

কোনো মাধ্যমের ভেদনযোগ্যতা ϵ হলে $\epsilon = \epsilon_0 K$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

বায়ু বা শূন্য মাধ্যমে $K = 1$ হলে $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

উপরোক্ত E এর দুটি সমীকরণ হলো তড়িৎ প্রাবল্য এবং আধান ঘনত্বের মধ্যে সম্পর্ক।

গাণিতিক উদাহরণ ২.৭

১। একটি বিন্দুতে তড়িৎ বিভব, $V = -5x + 3y + \sqrt{15}\,z$ হলে ওই বিন্দুতে তড়িৎ প্রাবল্য কত ?

আমরা জানি,

$$\vec{E} = E_x\hat{i} + E_y\hat{j} + E_z\hat{k}$$

$$= -\hat{i}\frac{dV}{dx} - \hat{j}\frac{dV}{dy} - \hat{k}\frac{dV}{dz}$$

এখানে,

$$V = -5x + 3y + \sqrt{15}\,z$$

প্রশ্নানুসারে,

$$E_x = -\frac{dV_x}{dx} = -\frac{d}{dx}(-5x) = 5$$

$$E_y = -\frac{dV_y}{dy} = -\frac{d}{dy}(3y) = -3$$

$$E_z = -\frac{dV_z}{dz} = -\frac{d}{dz}(\sqrt{15}\,z) = -\sqrt{15}$$

$$\therefore \quad E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$$

$$= \sqrt{25 + 9 + 15} = \sqrt{49} = 7 \text{ একক}$$

২৭ একটি সুষম তড়িৎ ক্ষেত্রে 50 cm ব্যবধানে অবস্থিত দুটি বিন্দুর বিভব পার্থক্য 200V। তড়িৎ ক্ষেত্রের প্রাবল্য নির্ণয় কর। [চ. বো. ২০০৯; সি. বো. ২০০৩]

মনে করি, তড়িৎ প্রাবল্য = E

আমরা জানি,

$$E = \frac{dV}{dr} \quad \text{[ঋণ চিহ্ন পরিহার করে]}$$

$$\therefore \quad E = \frac{200\text{V}}{50 \times 10^{-2}\text{ m}} = 400\text{ Vm}^{-1}$$

***

এখানে,

বিভব পার্থক্য, $dV = 200\text{V}$

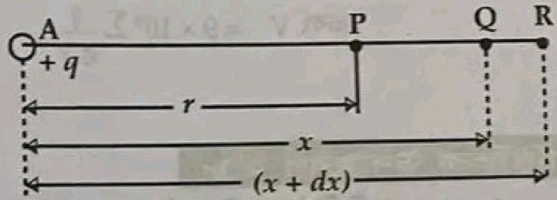
দূরত্ব, $dr = 50\text{ cm} = 50 \times 10^{-2}\text{ m}$

২.২.১৪ বিন্দু চার্জের জন্য তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে তড়িৎ বিভব ও তড়িৎ ক্ষেত্রের মধ্যে সম্পর্ক

Relation between electric potential at a point in the electric field due to a point charge and electric field

মনে করি A বায়ু মাধ্যমে একটি বিন্দু [চিত্র ২.১১]। উক্ত বিন্দুতে $+q$ পরিমাণ ধন চার্জ রাখা হয়েছে। এই চার্জের দরুন A হতে r দূরত্বে P বিন্দুতে বিভব নির্ণয় করতে হবে।

AP যোগ করি ও বর্ধিত করি। বর্ধিত রেখার ওপর কাছাকাছি দুটি বিন্দু Q ও R নেয়া যাক। মনে করি A হতে Q ও R-এর দূরত্ব যথাক্রমে x ও $(x + dx)$। এখন $+q$ চার্জের দরুন Q বিন্দুতে তড়িৎ প্রাবল্য,



চিত্র ২.১১

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\text{চার্জ}}{\text{দূরত্ব}^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \times \frac{q}{x^2}$$

কিন্তু Q ও R কাছাকাছি দুটি বিন্দু হেতু dx দূরত্বের সর্বত্র তড়িৎ প্রাবল্য $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q}{x^2}$ ধরা যায়।

$\therefore$ একক ধন চার্জকে R হতে Q-তে আনতে কাজের পরিমাণ $dW = -$ বল $\times$ সরণ $= -$ প্রাবল্য $\times$ সরণ

বা, $dW = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \times \frac{q}{x^2}\, dx$ [প্রাবল্য এবং সরণ বিপরীতমুখী হওয়ায় বিয়োগ চিহ্ন হলো।]

সুতরাং একক ধন চার্জকে অসীম দূরত্ব হতে P বিন্দুতে আনতে কাজের পরিমাণ নির্ণয় করতে হলে উপরোক্ত সমীকরণকে $x = r$ ও $x = \infty$ এই সীমার মধ্যে সমাকলন করতে হবে।

$$\therefore \quad \text{মোট কাজের পরিমাণ,} \quad W = \int dW = \int_{x=\infty}^{x=r} -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \times \frac{q}{x^2}\, dx$$

$$\text{বা,} \quad W = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \times q \left[\frac{x^{-2+1}}{-2+1}\right]_{\infty}^{r}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \times q \left[\frac{1}{x}\right]_{\infty}^{r} \quad \left[\because \frac{1}{\infty} = 0\right]$$

$$\therefore \quad W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \times \frac{q}{r} \quad \ldots \quad (2.28)$$

কিন্তু অসীম দূরত্ব হতে একক ধন চার্জকে P বিন্দুতে আনতে কাজের পরিমাণই হলো P বিন্দুর বিভব, V

$$\therefore \quad V = W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \times \frac{q}{r} \quad \ldots \quad (2.29)$$

বায়ু বা শূন্য মাধ্যমের ক্ষেত্রে K = 1 হয়।

সেক্ষেত্রে $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$ বা, $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{qr}{r^2} = E \times r$

তবে চার্জ যদি বায়ু বা শূন্য মাধ্যম ছাড়া অন্য কোনো মাধ্যমে অবস্থিত হয়,

সেক্ষেত্রে বিভব, $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q}{\epsilon_r \times r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \times \frac{qr}{r^2} = \frac{E\times r}{\epsilon_r}$ … (2.30)

(2.29) এবং (2.30) সমীকরণ হলো তড়িৎ বিভব ও তড়িৎ ক্ষেত্রের মধ্যে সম্পর্ক।

এখানে ϵ_r-কে মাধ্যমের পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবক বলে।

একাধিক চার্জের জন্য সৃষ্ট মোট বিভব : যদি শূন্য মাধ্যমে A হতে r_1, r_2, r_3 … … … r_n দূরত্বে যথাক্রমে q_1, q_2, q_3 … … … q_n চার্জ থাকে তবে সেগুলোর জন্য A বিন্দুতে মোট বিভব হবে চার্জগুলোর জন্য A বিন্দুতে সৃষ্ট পৃথক পৃথক বিভবের সমষ্টির সমান।

$$\therefore \text{ মোট বিভব, } V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1}+\frac{q_2}{r_2}+\frac{q_3}{r_3}+\ldots\ldots\ldots+\frac{q_n}{r_n}\right)$$

$$\text{বা, } V = 9\times10^9 \sum\frac{q}{r} \quad \ldots \quad (2.31)$$

[শূন্য বা বায়ু মাধ্যমে]

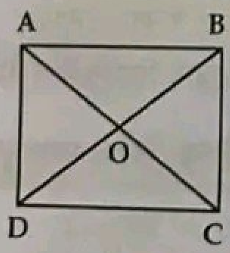
$$\text{এবং } V = 9\times10^9 \sum\frac{q}{\epsilon_r r} \quad \ldots \quad (2.32)$$

[শূন্য বা বায়ু মাধ্যম ছাড়া অন্য মাধ্যমে]

গাণিতিক উদাহরণ ২.৮

১। 2m বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্রের প্রতিটি কোণায় 2×10^{-9}C চার্জ স্থাপন করা হলো। বর্গক্ষেত্রের কেন্দ্রে বিভব নির্ণয় কর।

মনে করি ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। এর কর্ণদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করেছে। বর্গক্ষেত্রের কেন্দ্র O বিন্দুতে বিভব



V = A বিন্দুর বিভব + B বিন্দুর বিভব + C বিন্দুর বিভব + D বিন্দুর বিভব

$$= 9\times10^9\left[\frac{2\times10^{-9}}{AO}+\frac{2\times10^{-9}}{BO}+\frac{2\times10^{-9}}{CO}+\frac{2\times10^{-9}}{DO}\right]$$

এখানে $AC^2 = AD^2 + DC^2 = 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8$

$\therefore AC = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$\therefore AO = BO = CO = DO = AC = \sqrt{2}$

$\therefore V = \frac{9\times10^9}{\sqrt{2}} \times 4\times2\times10^{-9} = 50.91$ volt

২। কোনো বর্গক্ষেত্রের তিনটি কৌণিক বিন্দুতে যথাক্রমে $+6\times10^{-9}$C, -12×10^{-9}C এবং 14×10^{-9}C আধান স্থাপন করা হলো। চতুর্থ কৌণিক বিন্দুতে কত আধান স্থাপন করলে বর্গক্ষেত্রের কেন্দ্রে তড়িৎ বিভব শূন্য হবে?

[রা. বো. ২০০৮; ঢা. বো. ২০০২]

ধরি, বর্গক্ষেত্রটির (চিত্র অনুযায়ী) কৌণিক বিন্দুগুলো থেকে কেন্দ্রের দূরত্ব a এবং চতুর্থ বিন্দুর চার্জ q।

আমরা জানি, বর্গক্ষেত্রের কেন্দ্রে বিভব = কেন্দ্র হতে চার কৌণিক বিন্দুতে বিভবের সমষ্টি

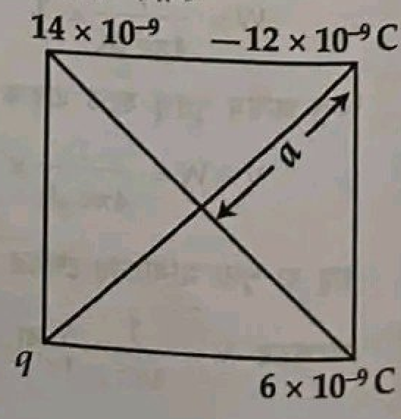
অর্থাৎ $V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 0$

$\therefore \quad 0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{6\times10^{-9}}{a} - \frac{12\times10^{-9}}{a} + \frac{14\times10^{-9}}{a} + \frac{q}{a}\right)$

বা, $\quad 6\times10^{-9} - 12\times10^{-9} + 14\times10^{-9} + q = 0$

বা, $\quad 8\times10^{-9} + q = 0$

$\therefore \quad q = -8\times10^{-9}$C



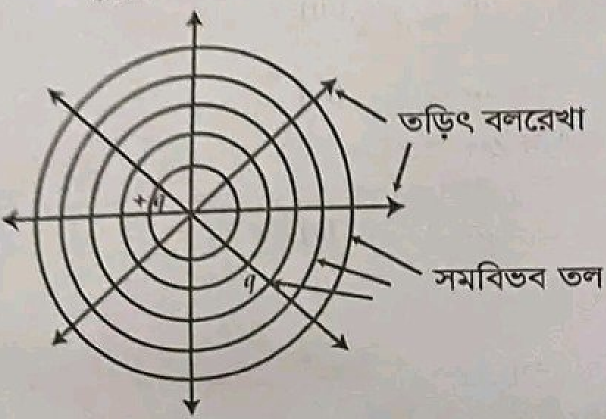
২·৩ সমবিভব তল
Equipotential surface

আমরা জেনেছি যে ভূপৃষ্ঠের সর্বত্র বিভব সমান (শূন্য) কারণ ভূপৃষ্ঠ একটি তড়িৎ পরিবাহী। তড়িৎ পরিবাহীর পৃষ্ঠে বিভব পার্থক্য থাকা সম্ভব নয় কারণ বিভব পার্থক্যের নতিমাত্রা (gradient) থাকলে পৃষ্ঠে একটি তড়িৎ ক্ষেত্র কাজ করবে এবং পৃষ্ঠের ইলেকট্রনগুলি ওই তড়িৎ ক্ষেত্রের প্রভাবে নিজেদের এরূপভাবে পুনর্বণ্টন করবে যাতে তড়িৎ ক্ষেত্র লোপ পায়। পরিবাহীর মোট আধান ধনাত্মক কি ঋণাত্মক হোক কিংবা পরিবাহী তড়িৎবিহীন হোক অথবা কোনো বস্তুর সাপেক্ষে পরিবাহীর প্রকৃত বিভব যাই হোক না কেন, সর্বক্ষেত্রে পৃষ্ঠের বিভব সর্বত্র সমান হবে।

তাই বলা যায় **কোনো তল বা আয়তন যদি এরূপ হয় যে, তার বিভব সর্বত্র সমান, তবে ওই তল বা আয়তনকে সমবিভব তল বা আয়তন বলে।**

ব্যাখ্যা : একটি বিন্দু চার্জ $+q$ হতে r দূরত্বের যে কোনো বিন্দুতে তড়িৎ বিভবের রাশিমালা

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r} \qquad \text{[সমীকরণ (2.28) অনুসারে]}$$



চিত্র ২·১২

এখন q ও ϵ_0 ধ্রুব বলে বিন্দু চার্জ হতে যে কোনো দিকে r দূরত্বে বিভব একই হবে। ত্রিমাত্রিক স্থানে r দূরত্বের তল হবে গোলকীয় তল। এই তলের সকল বিন্দুতে বিভব একই হবে; সুতরাং এটি সমবিভব তল। 'r'-এর বিভিন্ন মানের জন্য আমরা অসংখ্য সমবিভব তল অঙ্কন করতে পারি। চিত্র ২·১২-এ দ্বিমাত্রিক স্থানে বৃত্ত এঁকে বিভিন্ন সমবিভব তল দেখানো হয়েছে।

ওই বিন্দু চার্জ হতে সমবিভব তলের দূরত্ব যত বেশি হবে বিভবের মান তত কম হবে।

যেহেতু একটি সমবিভব তলের সকল বিন্দুতে বিভব সমান, ফলে ওই তলের যে কোনো দুই বিন্দুর বিভব পার্থক্য শূন্য। আবার, বিভব পার্থক্য শূন্য হলে কাজও শূন্য হবে। সুতরাং কোনো চার্জকে **সমবিভব তলের এক বিন্দু হতে অন্য বিন্দুতে নিতে কোনো কাজ করতে হয় না।**

সমবিভব তলের যে কোনো বিন্দুতে তড়িৎ ক্ষেত্রের প্রাবল্য বা তড়িৎ প্রাবল্য ওই তলের সাথে লম্বভাবে ক্রিয়া করে।

> **ক্রিয়াকর্ম :** একটি সমবিভব তলের এক বিন্দু থেকে অন্য বিন্দুতে একটি একক ধনাত্মক চার্জ সরালে কৃত কাজ কত হবে—ব্যাখ্যা কর।

সমবিভব তলের যে কোনো দুটি বিন্দুর বিভব সমান। সুতরাং ওই বিন্দু দুটির বিভব পার্থক্য শূন্য। বিভব পার্থক্যের সংজ্ঞানুযায়ী এক বিন্দু হতে অন্য বিন্দুতে একটি একক ধন চার্জকে সরালে কৃত কাজ উক্ত বিন্দুদ্বয়ের বিভব পার্থক্যের সমান। সুতরাং একটি সমবিভব তলের এক বিন্দু থেকে অন্য বিন্দুতে একটি একক ধনাত্মক চার্জ সরালে বিভব পার্থক্য শূন্য হওয়ায় কৃত কাজের পরিমাণ শূন্য হবে।

২·৩·১ সমবিভব তলের বৈশিষ্ট্য
Characteristics of equipotential surface

(i) তড়িতাহিত পরিবাহীর তল সর্বদা সমবিভব তল। এই তলের ওপর তড়িৎ আধানগুলি স্থির থাকে।

(ii) তড়িৎ বলরেখা সমবিভব তলকে সমকোণে ছেদ করে।

(iii) সমবিভব তলের ওপর কোনো তড়িতাধানকে এক বিন্দু হতে অপর বিন্দুতে স্থানান্তরিত করতে কোনো কাজ হয় না।

(iv) কোনো বস্তুর তল বা আয়তন সমবিভবসম্পন্ন হতে পারে; আবার শূন্য দেশস্থ (in space) কোনো তল বা আয়তনও সমবিভবসম্পন্ন হতে পারে।

> **অনুসন্ধান :** চার্জিত পরিবাহীর পৃষ্ঠ সমবিভব তল হওয়ায় ওই তলের ওপর চার্জগুলো স্থির থাকে—ব্যাখ্যা কর।

ধরা যাক, চার্জিত পরিবাহীর দুটি বিন্দুতে বিভব পার্থক্য রয়েছে। সেক্ষেত্রে উচ্চ বিভবের বিন্দু থেকে নিম্ন বিভবস্থ বিন্দুতে চার্জ প্রবাহিত হবে। এই তড়িৎ প্রবাহ চলতে থাকবে যতক্ষণ পর্যন্ত না বিন্দু দুটির বিভব সমান হয়। বিভব সমান হলে এই প্রবাহ বন্ধ হয়ে যাবে। অর্থাৎ চার্জ স্থির হয়ে যাবে। সুতরাং চার্জিত পরিবাহীর পৃষ্ঠ একটি সমবিভব তল, তাই ওই তলের ওপর চার্জ স্থির থাকে।

২.৪ তড়িৎ দ্বিমেরু
Electric dipole

২.৪.১ ধারণা
Concept

দুটি সমশক্তির চৌম্বক মেরু খুব কাছাকাছি স্থাপন করলে চৌম্বক দ্বিমেরু গঠিত হয়। তেমনি সমপরিমাণের দুটি বিপরীতধর্মী তড়িৎ চার্জ খুব কাছাকাছি স্থাপন করা হলে তড়িৎ দ্বিমেরু গঠিত হয়। তড়িৎ দ্বিমেরুর লম্ব-দ্বিখণ্ডক রেখার যে কোনো বিন্দুতে বিভব শূন্য হওয়ায় এই রেখা বরাবর ধনাত্মক চার্জকে সরাতে সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য হয়।

দুইটি সমপরিমাণ কিন্তু বিপরীতধর্মী বিন্দু চার্জ পরস্পরের খুব কাছাকাছি অবস্থিত থাকলে তাকে তড়িৎ দ্বিমেরু বলে।

উদাহরণস্বরূপ বলা যায়, হাইড্রোজেন পরমাণুতে একটি ধন প্রোটন এবং একটি ঋণ ইলেকট্রন আছে। অতএব ইহা একটি তড়িৎ দ্বিমেরু। পানি (H_2O), ক্লোরোফরম ($CHCl_3$), অ্যামোনিয়া (NH_3) হলো স্থায়ী দ্বিমেরুর উদাহরণ। এসব অণুতে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক আধান বণ্টনের কেন্দ্র কখনও একই বিন্দুতে হয় না।

তড়িৎ দ্বিমেরু ভ্রামক :

কোনো একটি তড়িৎ দ্বিমেরুর যেকোনো একটির আধানের পরিমাণ এবং তাদের মধ্যবর্তী দূরত্বের গুণফলকে তড়িৎ দ্বিমেরু ভ্রামক বলে। মনে করি একটি তড়িৎ দ্বিমেরুর যেকোনো একটির আধানের পরিমাণ $= q$ এবং তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= 2l$.

$\therefore$ দ্বিমেরু ভ্রামক $p = q \times 2l$

দ্বিমেরু ভ্রামকের ভেক্টর রূপ হলো $\vec{p} = 2q\vec{l}$ । এর অভিমুখ ঋণ চার্জ হতে ধন চার্জের দিকে।

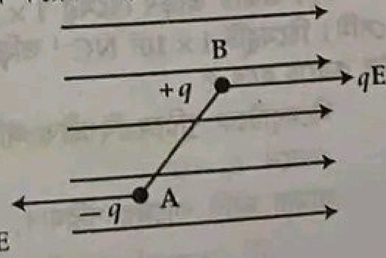
এখন আমরা একটি তড়িৎ দ্বিমেরুর জন্য বিভব এবং প্রাবল্য নির্ণয় করব।

সম্প্রসারিত ক্রিয়াকর্ম : তড়িৎ দ্বিমেরুর তড়িৎ ক্ষেত্রে লম্ব-দ্বিখণ্ডক রেখা বরাবর কোনো ধনাত্মক চার্জকে সরালে কোনো কাজ সম্পাদন করতে হয় না কেন ?

তড়িৎ দ্বিমেরুর লম্ব-দ্বিখণ্ডক রেখার যে কোনো বিন্দুতে বিভব শূন্য হওয়ায় এই রেখা বরাবর ধনাত্মক চার্জকে সরাতে সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য হয় অর্থাৎ কোনো কাজ করতে হয় না।

২.৪.২ সুষম তড়িৎ ক্ষেত্রে অবস্থিত তড়িৎ দ্বিমেরুর ওপর প্রযুক্ত টর্ক
Torque on a dipole in a uniform electric field

মনে করি $+q$ ও $-q$ আধানবিশিষ্ট একটি তড়িৎ দ্বিমেরু AB সুষম তড়িৎ ক্ষেত্রে অবস্থিত। $AB = 2l$. ধরি, তড়িৎ দ্বিমেরুর অক্ষ তড়িৎ ক্ষেত্রের অভিমুখের সাথে θ কোণে রয়েছে। B বিন্দুতে $+q$ আধানের ওপর $+q\text{E}$ বল তড়িৎ ক্ষেত্রের দিক বরাবর ক্রিয়া করে। পক্ষান্তরে A বিন্দুতে $-q$ আধানের ওপর $-q\text{E}$ বল তড়িৎ ক্ষেত্রের দিকের বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে। সুতরাং দুটি সমান, সমান্তরাল ও বিপরীত বল দ্বিমেরুর ওপর ক্রিয়া করে। তাই দ্বিমেরুর ওপর ক্রিয়ারত লব্ধি বল শূন্য। তবে বল দুটি একই রেখায় ক্রিয়ারত না হওয়ায় এরা দ্বিমেরুর ওপর টর্ক প্রয়োগ করে। এই টর্কের মান হবে—



চিত্র ২.১৩

$\tau =$ একটি বলের মান $\times$ বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব

$\therefore \quad \tau = q\text{E} \times 2l \sin\theta = p\text{E}\sin\theta \quad [\because p = 2ql] \quad \dots (2.33)$

এখানে p হচ্ছে দ্বিমেরু ভ্রামক।

সমীকরণ (2.33)-কে ভেক্টররূপে লেখা যায়—

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{\text{E}} \quad \dots \quad \dots (2.34)$$

সমীকরণ (2.34)-ই তড়িৎ দ্বিমেরুর ওপর ক্রিয়ারত টর্কের সঙ্গে দ্বিমেরু ভ্রামক ও তড়িৎ ক্ষেত্রের সম্পর্ক।

(i) যখন $\theta = 90°$, অর্থাৎ $\tau = p\text{E}\sin 90° = p\text{E}$, তখন টর্কের মান সর্বোচ্চ হয়, অতএব $\tau_{max} = p\text{E}$

(ii) যখন $\theta = 0°$, অর্থাৎ $\tau = p\text{E}\sin 0° = 0$, তখন টর্কের মান শূন্য হয়। অর্থাৎ $\tau_{min} = 0$

২·৪·৩ তড়িৎ দ্বিমেরুর জন্য তড়িৎ বিভব
Electric potential due to electric dipole

মনে করি $+q$ এবং $-q$ দুইটি বিন্দু চার্জ। এরা শূন্য মাধ্যমে A ও B বিন্দুতে $2l$ দূরত্বে থেকে একটি তড়িৎ দ্বিমেরু সৃষ্টি করেছে [চিত্র ২·১৫]। ধরি A ও B-এর মধ্য-বিন্দু O। এখন O হতে r দূরত্বে P একটি বিন্দু লই। P বিন্দুতে বিভব নির্ণয় করতে হবে। ধরি $OP = r$, $\angle POA = \theta$, PO এবং PO-এর বর্ধিত অংশের ওপর যথাক্রমে AN′ ও BN লম্ব।

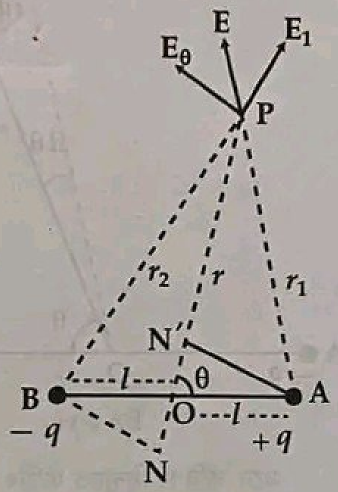
$\therefore$ P বিন্দুতে বিভব,

$$V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{q}{AP} + \left(-\frac{q}{BP}\right)\right\}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{AP} - \frac{q}{BP}\right) \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (2.36)$$

কিন্তু $PN = BP = r + l\cos\theta = r_2$ এবং

$PN' = AP = r - l\cos\theta = r_1$



চিত্র ২·১৫

$\therefore$ সমীকরণ (2.36) হতে পাই,

$$V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2}\right\}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{q}{r - l\cos\theta} - \frac{q}{r + l\cos\theta}\right\}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{q(r + l\cos\theta) - q(r - l\cos\theta)}{r^2 - l^2\cos^2\theta}\right\}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{q(r + l\cos\theta - r + l\cos\theta)}{r^2 - l^2\cos^2\theta}\right\} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{q \times 2l\cos\theta}{r^2 - l^2\cos^2\theta}\right\}$$

$r \gg l$ হওয়ায় $l^2\cos^2\theta$-কে উপেক্ষা করা যায়।

$\therefore$ P বিন্দুতে বিভব,

$$V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q \times 2l\cos\theta}{r^2}$$

বা, $$V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{p\cos\theta}{r^2}$$

এখানে $q \times 2l = p =$ দ্বিমেরু ভ্রামক

অর্থাৎ P বিন্দুতে বিভব,

$$\boxed{V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{p\cos\theta}{r^2}} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (2.37)$$

এটিই হলো তড়িৎ দ্বিমেরুর জন্য বিভবের রাশিমালা।

দ্রষ্টব্য : (i) যদি $\theta = 0°$ হয়, অর্থাৎ P বিন্দু তড়িৎ দ্বিমেরুর অক্ষ বরাবর স্থাপিত হয়, তবে

$$\boxed{V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{p}{r^2}}$$

(ii) যদি $\theta = 90°$ হয়, অর্থাৎ P বিন্দু তড়িৎ দ্বিমেরুর অক্ষের ওপর অভিলম্ব হয়, তবে

$\boxed{V_P = 0}$ অর্থাৎ দ্বিমেরু দৈর্ঘ্যের লম্ব সমদ্বিখণ্ডকের ওপর যে কোনো বিন্দুতে তড়িৎ বিভব শূন্য।

(iii) অন্য কোনো মাধ্যমে,

$$V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 K} \times \frac{p\cos\theta}{r^2}$$

৩. $0° < \theta < 90°$, অর্থাৎ বিন্দুটি যদি দ্বিমেরুর অক্ষের লম্ব সমদ্বিখণ্ডকের ডান পাশে তথা ধনাত্মক চার্জ যে পাশে সেই পাশে হয় তাহলে $\cos\theta = +ve$ এবং বিভব ধনাত্মক হবে।

৪. $90° < \theta < 180°$, অর্থাৎ বিন্দুটি যদি দ্বিমেরুর অক্ষের লম্ব সমদ্বিখণ্ডকের বাম পাশে তথা ঋণাত্মক চার্জ যে পাশে সেই পাশে হয় তাহলে $\cos\theta = -ve$ এবং বিভব V ঋণাত্মক হবে।

৫. $\theta = 180°$, অর্থাৎ বিন্দুটি যদি দ্বিমেরুর অক্ষের ওপর হয় এবং ঋণাত্মক চার্জ যে পাশে সেই পাশে হয় তাহলে $\cos 180° = -1$ এবং $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 K} \times \frac{p}{r^2}$ হবে।

∴ তড়িৎ দ্বিমেরুর সমীকরণগুলো থেকে দেখা যায় যে, প্রাবল্য দূরত্বের ঘনফলের ব্যস্তানুপাতিক আর বিভব দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক।

> **নিজে কর :** তড়িৎ দ্বিমেরুর অক্ষস্থিত কোনো বিন্দুতে এবং অক্ষের লম্ব দ্বিখণ্ডকের ওপর কোনো বিন্দুতে তড়িৎ বিভব এবং প্রাবল্য কত হবে ?

তড়িৎ দ্বিমেরুর কেন্দ্র থেকে x দূরত্বে দ্বিমেরুর অক্ষে অবস্থিত কোনো বিন্দুতে তড়িৎ বিভব $V_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{p}{x^2}$ এবং তড়িৎ প্রাবল্য $E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2p}{x^3}$, দ্বিমেরুর অক্ষের লম্ব দ্বিখণ্ডের ওপর কেন্দ্র থেকে x দূরত্বে কোনো বিন্দুতে $V_p = 0$ এবং $E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p}{x^3}$, যখন দ্বি মেরুর ভ্রামক $p = q \times 2l$.

গাণিতিক উদাহরণ ২.১০

১। শূন্য স্থানে $+4\mu C$ এবং $-4\mu C$ বিন্দু আধান দুটি 10^{-3} m ব্যবধানে থেকে একটি তড়িৎ দ্বিমেরু গঠন করে। এর দ্বিমেরু ভ্রামক এবং দ্বিমেরুর কেন্দ্র হতে 10 cm দূরে এর অক্ষের ওপর তড়িৎ প্রাবল্য নির্ণয় কর।

(i) আমরা জানি, তড়িৎ দ্বিমেরুর ভ্রামক,

$p = q \times 2l$

$\therefore p = 4 \times 10^{-6} \times 10^{-3}$

$= 4 \times 10^{-9}$ cm

এখানে,
$+q = 4\mu C = 4 \times 10^{-6}$ C
$-q = -4\mu C = -4 \times 10^{-6}$ C
$2l = 10^{-3}$ m
$r = 10$ cm

(ii) আবার, তড়িৎ প্রাবল্য,

$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2p}{r^3}$

$= \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 4 \times 10^{-9}}{(0.1)^3}$

$= 72 \times 10^3$ NC^{-1}

এখানে,
$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9$ Nm^{2}C^{-2}

২। শূন্য স্থানে রাখা একটি তড়িৎ দ্বিমেরু 2 cm ব্যবধানে থাকা 2 μC মানের দুটি সমান ও বিপরীতমুখী তড়িৎ আধান দ্বারা গঠিত। (i) (ক) দ্বিমেরুর অক্ষের ওপর এর কেন্দ্র থেকে 50 cm দূরে একটি বিন্দুতে তড়িৎ প্রাবল্য নির্ণয় কর; (খ) দ্বিমেরুর লম্ব দ্বিখণ্ডকের ওপর কেন্দ্র থেকে 50 cm দূরে একটি বিন্দুতে তড়িৎ প্রাবল্য নির্ণয় কর এবং (ii) তড়িৎ দ্বিমেরুটিকে 2×10^6 NC^{-1} প্রাবল্যের তড়িৎ ক্ষেত্রে স্থাপন করলে এর ওপর কত বল ক্রিয়া করবে ?

(i) আমরা জানি,

তড়িৎ দ্বিমেরুর ভ্রামক,

$p = q \times 2l = 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-2}$

$= 4 \times 10^{-8}$ C m

(ক) এখন, দ্বিমেরুর অক্ষের ওপর তড়িৎ প্রাবল্য,

$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2p}{r^3} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 4 \times 10^{-8}}{(0.5)^3}$

$\therefore E_1 = 5.76 \times 10^3$ NC^{-1}

এখানে,
$q = 2\,\mu C = 2 \times 10^{-6}$ C
$2l = 2$ cm $= 2 \times 10^{-2}$ m
$r = 50$ cm $= 0.5$ m
$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9$ Nm^{2}C^{-2}

(খ) আবার, লম্ব দ্বিখণ্ডকের ওপর তড়িৎ প্রাবল্য,

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{p}{r^3}$$

$$\therefore \quad E_2 = \frac{9\times10^9\times4\times10^{-8}}{(0.5)^3} = 2.88\times10^3\ NC^{-1}$$

(ii) তড়িৎ দ্বিমেরুর ওপর ক্রিয়াশীল বল,

$$F = qE = 2\times10^{-6}\times2\times10^{6}$$

$\therefore \quad F = 4\ N$, তড়িৎ ক্ষেত্র বরাবর।

এখানে,
$E = 2\times10^{-6}\ NC^{-1}$

৩। $+1\mu C$ এবং $-1\mu C$ আধান দুটিকে 5 cm ব্যবধানে রেখে একটি তড়িৎ দ্বিমেরু গঠন করা হলো। এই দ্বিমেরুর অক্ষ বরাবর 15 cm দূরের কোনো একটি বিন্দুতে তড়িৎ বিভব নির্ণয় কর।

আমরা জানি,
তড়িৎ দ্বিমেরুর ভ্রামক,

$$p = q\times 2l$$

$$\therefore \quad p = 1\times10^{-6}\times5\times10^{-2} = 5\times10^{-8}\ C\,m$$

আবার, দ্বিমেরুর অক্ষ বরাবর কোনো স্থানে তড়িৎ বিভব,

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\times\frac{p}{r^2}$$

$$\therefore \quad V = \frac{9\times10^9\times5\times10^{-8}}{(15\times10^{-2})^2}$$

$$= 2\times10^4\ \text{volt}$$

এখানে,
$q_1 = q_2 = +1\mu C = 1\times10^{-6} C$
$2l = 5\ cm = 0.05\ m = 5\times10^{-2}\ m$
$r = 15\ cm = 15\times10^{-2}\ cm$
$V = ?$

২·৫ অপরিবাহী বা অন্তরক ও ডাইইলেকট্রিক
Insulator and dielectric

২·৫·১ অপরিবাহী বা অন্তরক
Insulator

অপরিবাহী বা অন্তরক পদার্থ :

যে সকল পদার্থের মধ্যে কোনো মুক্ত ইলেকট্রন থাকে না এবং যে সকল পদার্থ তড়িৎ পরিবহন করতে পারে না, তাদেরকে অন্তরক পদার্থ বলে। যেমন কাঁচ, রবার, প্লাস্টিক, এবোনাইট ইত্যাদি।

ডাইইলেকট্রিক বা পরাবৈদ্যুতিক পদার্থ :

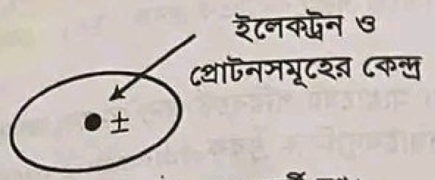
কিছু কিছু অন্তরক পদার্থ আছে যারা তড়িৎ পরিবহন করতে পারে না ঠিকই; কিন্তু বৈদ্যুতিক ফলাফল প্রভাবিত করতে পারে। এই সকল পদার্থকে তড়িৎ ক্ষেত্রে স্থাপন করলে এদের পৃষ্ঠতলে আবিষ্ট আধানের সৃষ্টি হয়। কিন্তু এদের মধ্য দিয়ে কোনো তড়িৎ প্রবাহিত হয় না। এই ধরনের পদার্থকে পরাবৈদ্যুতিক পদার্থ বা পরাবিদ্যুৎ বলে।

তড়িৎ ক্ষেত্রের মধ্যে একটি ডাইইলেকট্রিক পদার্থ রাখলে পরমাণুগুলোর ধনাত্মক চার্জ তড়িৎ ক্ষেত্রের দিকে এবং ঋণাত্মক চার্জ তড়িৎ ক্ষেত্রের বিপরীত দিকে সামান্য সরে যায়, ফলে প্রতিটি অণু এক একটি তড়িৎ দ্বিমেরুতে পরিণত হয়। এভাবে সৃষ্ট দ্বিমেরু আবেশ প্রক্রিয়াকে পোলারায়ন (Polarization) বলে। যে সকল অপরিবাহী পদার্থকে তড়িৎ ক্ষেত্রের মধ্যে স্থাপন করলে পোলারায়ন ঘটে তাদেরকে ডাইইলেকট্রিক বলে। তাই বলা যায় সকল অপরিবাহী ডাইইলেকট্রিক নয় কিন্তু সকল ডাইইলেকট্রিক অপরিবাহী। ডাইইলেকট্রিক হচ্ছে উচ্চ পোলারায়িত অপরিবাহী। তাই ধারকে শক্তি সঞ্চয়ের জন্য ডাইইলেকট্রিক পদার্থ ব্যবহার করা হয়। যেমন মিথেন (CH_4), পানি, মাইকা (mica), প্লাস্টিক, অভ্র, সিরামিক, রাবার, অ্যাম্বার, কাঁচ ইত্যাদি।

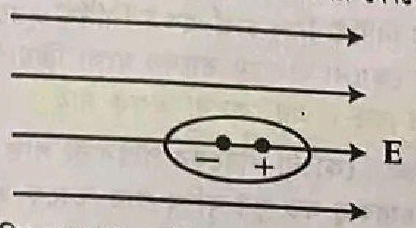
পরাবৈদ্যুতিক পদার্থের অণুর মধ্যে আধানের অবস্থান অনুযায়ী পরাবৈদ্যুতিক পদার্থকে দুইটি ভাগে ভাগ করা যায়:

(i) অমেরুবর্তী পদার্থ (Non-polar substance) এবং
(ii) মেরুবর্তী পদার্থ (Polar substance)

(i) অমেরুবর্তী পদার্থ (Non-polar substance) : যে সকল পদার্থের অণুর ধনাত্মক আধান বণ্টনের কেন্দ্র এবং ইলেকট্রনসমূহের বণ্টনের কেন্দ্র একই বিন্দুতে থাকে তাদেরকে অমেরুবর্তী পদার্থ বলে। এদের কোনো স্থায়ী তড়িৎ



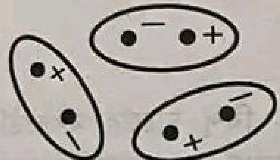
চিত্র ২·১৭(ক) : অমেরুবর্তী অণু।



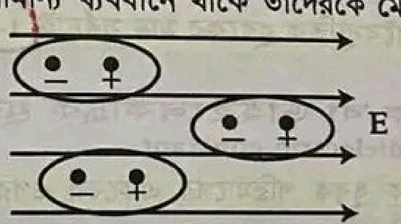
চিত্র ২·১৭(খ) : তড়িৎ ক্ষেত্রে অমেরুবর্তী অণু।

দ্বিমেরু থাকে না [চিত্র ২·১৭(ক)]; কিন্তু তড়িৎ ক্ষেত্রে স্থাপন করলে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক আধান বণ্টনের কেন্দ্রের সামান্য আপেক্ষিক সরণ ঘটে; ফলে তড়িৎ দ্বিমেরুর সৃষ্টি হয় [চিত্র ২·১৭(খ)]। অমেরুবর্তী পদার্থের উদাহরণ মিথেন (CH_4), H_2, Cl_2, O_2, N_2, CO_2 ইত্যাদি। অমেরুবর্তী বা অ-পোলার (non-polar) ডাইইলেকট্রিক পদার্থের দ্বিমেরু ভ্রামক শূন্য হয়।

(ii) মেরুবর্তী পদার্থ (Polar substance) : যে সকল পদার্থের অণুর ইলেকট্রনসমূহের বণ্টনের কেন্দ্র এবং ধনাত্মক আধান বণ্টনের কেন্দ্র একই বিন্দুতে অবস্থিত না থেকে সামান্য ব্যবধানে থাকে তাদেরকে মেরুবর্তী পদার্থ বলে



মেরুবর্তী অণু।



তড়িৎ ক্ষেত্রে মেরুবর্তী অণু।

চিত্র ২·১৮

[চিত্র ২·১৮]। মেরুবর্তী পদার্থের উদাহরণ হলো অ্যামোনিয়া (NH_3), পানি (H_2O), HF, HCl, CO ইত্যাদি। এই পদার্থের প্রতিটি অণুর স্থায়ী দ্বিমেরু ভ্রামক থাকে।

২·৫·২ ডাইইলেকট্রিক বা পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবক
Dielectric constant

দুটি বিন্দুর চার্জের মধ্যবর্তী মাধ্যম শূন্য (vacuum) বা বায়ু হলে এদের মধ্যে ক্রিয়াশীল বলের মান

$$F_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (i)$$

এখানে ϵ_0 = শূন্য মাধ্যমের ভেদনযোগ্যতা

আবার, অন্য যে কোনো মাধ্যমে এই ক্রিয়াশীল বলের মান

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon}\frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (ii)$$

এখানে ϵ = মাধ্যমের ভেদনযোগ্যতা

সমীকরণ (i)-কে সমীকরণ (ii) দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায়,

$$\frac{F_0}{F} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = k = \text{পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবক} \quad \ldots \quad (2.38)$$

$$\therefore k = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{F_0}{F} = \text{দুটি বিন্দু চার্জের জন্য একই দূরত্বে } \frac{\text{শূন্য বা বায়ু মাধ্যমে বল}}{\text{অন্য মাধ্যমে বল}}$$

$$\text{বা, } k = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{\text{মাধ্যমের ভেদনযোগ্যতা}}{\text{শূন্য মাধ্যমের ভেদনযোগ্যতা}}$$

k-কে পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবক বা ডাইইলেকট্রিক ধ্রুবক বা তড়িৎ মাধ্যমাঙ্ক বলে। অনেক ক্ষেত্রে এই ধ্রুবককে আপেক্ষিক ভেদ্যতা বলা হয়। ওপরের আলোচনা থেকে *k*-এর নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেয়া যায়—

অর্থাৎ দুটি নির্দিষ্ট বিন্দু চার্জ একই নির্দিষ্ট দূরত্বে থাকলে শূন্য বা বায়ু মাধ্যমে তাদের মধ্যে ক্রিয়াশীল বল এবং একই দূরত্বে অন্য কোনো মাধ্যমে তাদের মধ্যে ক্রিয়াশীল বলের অনুপাতকে পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবক বলে। একই জাতীয় দুটি রাশির অনুপাত হেতু *k*-এর কোনো একক নাই।

বিকল্প সংজ্ঞা : কোনো ধারকের পরিবাহী পাত দুটির মধ্যে শূন্য মাধ্যমের পরিবর্তে অন্য কোনো অন্তরক পদার্থ থাকলে ধারকের ধারকত্ব যত গুণ বৃদ্ধি পায় তাকে ওই অন্তরকের পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবক (dielectric constant) বা আপেক্ষিক ভেদনযোগ্যতা ($\in_r$) বা তড়িৎ মাধ্যাঙ্ক (k) বলে।

ধরা যাক, একটি সমান্তরাল পাত ধারকের মধ্যবর্তী স্থানে বায়ু বা শূন্য মাধ্যম রেখে ধারকত্ব পাওয়া গেল C_0 এবং পাত দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব অপরিবর্তিত রেখে পাতদ্বয়ের মাঝে অন্য কোনো অন্তরক মাধ্যম রেখে ধারকত্ব পাওয়া গেল C। এই দুই ধারকত্বের অনুপাতকে পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবক বা আপেক্ষিক ভেদ্যতা বলে।

অর্থাৎ,

$$k = \frac{C}{C_0} = \frac{\text{অন্তরক পদার্থপূর্ণ ধারকের ধারকত্ব}}{\text{বায়ু বা শূন্য মাধ্যমপূর্ণ ধারকের ধারকত্ব}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.39)$$

উল্লেখ্য, **পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবকের মান সর্বদাই 1-এর চেয়ে বেশি হয়।**

পরাবৈদ্যুতিক বা ডাইইলেকট্রিক ধ্রুবকের তাৎপর্য
Significance of dielectric constant

পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবক পরিমাপের এককের ওপর নির্ভর করে না। দুটি বিন্দু চার্জের মধ্যবর্তী স্থানে কোনো মাধ্যমের অন্তর্ভুক্তি ক্রিয়াশীল বলের মান *k* গুণ হ্রাস করে। পক্ষান্তরে ধারকের মধ্যে এর অন্তর্ভুক্তির ফলে ধারকত্বের মান *k* গুণ বৃদ্ধি করে।

"কোনো মাধ্যমের পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবক 2·5"—এর অর্থ এই যে, শূন্য বা বায়ু মাধ্যমে অবস্থিত দুটি বিন্দু চার্জের মধ্যকার বল এবং একই দূরত্বে অন্য কোনো মাধ্যমে অবস্থিত ওই বিন্দু চার্জ দুটির মধ্যকার পারস্পরিক বল অপেক্ষা 2·5 গুণ বেশি। অর্থাৎ শূন্য বা বায়ু মাধ্যমে এবং অন্য কোনো মাধ্যমে সমদূরত্বে অবস্থিত দুটি বিন্দু চার্জের মধ্যকার পারস্পরিক বলের অনুপাত 2·5।

আবার, ধারকত্বের সাহায্যে বলা যায় যে ওই মাধ্যমপূর্ণ ধারকের ধারকত্ব বায়ু বা শূন্য মাধ্যমপূর্ণ ধারকের চেয়ে 2·5 গুণ বেশি। অর্থাৎ ওই মাধ্যমপূর্ণ ধারকের ধারকত্ব ও শূন্য বা বায়ু মাধ্যমপূর্ণ ধারকের ধারকত্বের অনুপাত 2·5।

বিভিন্ন ডাইইলেকট্রিক পদার্থ ও ডাইইলেকট্রিক ধ্রুবক

100%

ডাইইলেকট্রিক পদার্থ	ডাইইলেকট্রিক ধ্রুবক
পানি	20·0
অভ্র	7·0
কাঁচ	5·10
ইবোনাইট	2·8

ডাইইলেকট্রিক পদার্থ	ডাইইলেকট্রিক ধ্রুবক
মোমে ভেজানো কাগজ	2·7
পলিথিন	2·3
বায়ু	1·05
শূন্যস্থান	1·00

২·৬ ধারক বা তড়িৎ আধার
Capacitor or condenser

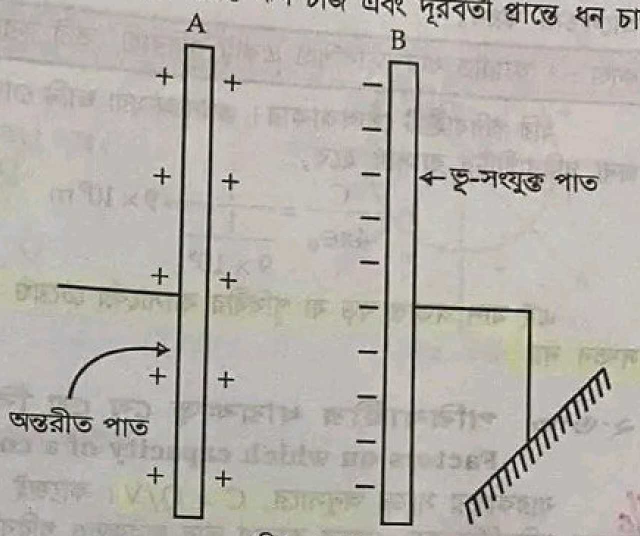
২·৬·১ ধারণা
Concept

'ধারক' শব্দের অর্থ 'ধারণকারী'। সাধারণত যে বস্তু চার্জ ধরে রাখতে পারে তাকে ধারক বলে। ধারকের নামকরণের এটিই মূল কারণ। কিন্তু একটি পরিবাহীর চার্জ ধরে রাখার ক্ষমতা অসীম নয়। কোনো পরিবাহীকে একটি নির্দিষ্ট মাত্রার অতিরিক্ত চার্জ প্রদান করলে তা ক্রমশ চার্জ ... দিলে তা অতিরিক্ত কিছু চার্জ ...

মধ্যবর্তী স্থানে বায়ু বা অন্য কোনো পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমে পূর্ণ করে অন্তরীত পরিবাহীর ধারকত্ব বা চার্জ ধারণ ক্ষমতা বৃদ্ধি করা হয়। কাজেই এরূপ একটি যান্ত্রিক ব্যবস্থাকে একত্রে ধারক বলে।

সংজ্ঞা : পরিবাহীতে চার্জ সঞ্চিত রাখার যান্ত্রিক প্রক্রিয়াকে ধারক বলে। অথবা, যে যান্ত্রিক প্রক্রিয়ার সাহায্যে তড়িৎ সংরক্ষণ করে রাখা হয় তাকে ধারক বলে। কাছাকাছি অবস্থানে দুটি পরিবাহী দ্বারা ধারক গঠন করা হয়। পরিবাহীদ্বয়ের মাঝে অন্তরক পদার্থ স্থাপন করে ধারকের ধারকত্ব বৃদ্ধি করা যায়।

ক্রিয়ানীতি : মনে করি A একটি অন্তরীত পরিবাহী। একে একটি তড়িৎ উৎপাদক যন্ত্রের সাথে যুক্ত করে ধন চার্জে চার্জিত করায় এটি ধন বিভব প্রাপ্ত হলো। B অপর একটি চার্জশূন্য বা অচার্জিত ভূ-সংযুক্ত পরিবাহী। একে A-এর নিকট স্থাপন করা হলো [চিত্র ২·১৯]। ফলে আবেশ প্রক্রিয়ায় B-এর নিকটবর্তী প্রান্তে ঋণ চার্জ এবং দূরবর্তী প্রান্তে ধন চার্জ আবিষ্ট হবে। B-কে ভূ-সংযুক্ত করায় পৃথিবী হতে ইলেকট্রন এসে এর ধন চার্জ নিষ্ক্রিয় করবে। B-এর ঋণ চার্জ A-এর ওপর ঋণ বিভব উপরিস্থাপিত (superimpose) করবে। ফলে A-এর বভব কিছুটা কমে যাবে। যেহেতু $C = \frac{Q}{V}$, সুতরাং A-এর ধারকত্ব বৃদ্ধি পাবে এবং এটি অতিরিক্ত চার্জ গ্রহণ করতে পারবে। B-কে যতই A-এর সন্নিকটে আনা যাবে, A-এর বিভব ততই কমবে। ফলে এর ধারকত্ব বৃদ্ধি পাবে। অতএব দেখা যাচ্ছে যে, ভূ-সংযুক্ত অচার্জিত পাত B-কে A-এর নিকটে স্থাপন করায় A-এর ধারকত্ব বৃদ্ধি পাবে। **এরূপ একটি যান্ত্রিক ব্যবস্থার নাম ধারক।** উল্লেখ্য, B পাত ভূ-সংযুক্ত হওয়া একান্ত প্রয়োজনীয় নয়, তবে ভূ-সংযুক্ত হলে ধারকের কার্যকারিতা বৃদ্ধি পায়।



চিত্র ২·১৯

কোনো একটি ধারকের মধ্যবর্তী মাধ্যম বায়ু হলে তাকে বায়ু মাধ্যম ধারক সংক্ষেপে বায়ু ধারক এবং কাচ হলে তাকে কাচ মাধ্যম ধারক সংক্ষেপে কাচ ধারক বলে।

২·৬·২ ধারকত্ব
Capacitance

কোনো পাত্রে পানি ঢাললে পানির লেভেল নির্দিষ্ট পরিমাণ বাড়ে। অনুরূপভাবে কোনো পরিবাহীতে কিছু পরিমাণ চার্জ দিলে উহার বিভব নির্দিষ্ট পরিমাণ বৃদ্ধি পায়। পানির লেভেলের বৃদ্ধি কতটা পানি ঢালা হলো তার সমানুপাতিক হয়; ঠিক তেমনি পরিবাহীর বিভবও এতে যে পরিমাণ চার্জ প্রদান করা হয় সেই অনুপাতে বৃদ্ধি পায়।

ধরা যাক কোনো পরিবাহীতে q পরিমাণ চার্জ দেওয়া হলে উহার বিভব V পরিমাণ বাড়ে। V এর মান পরিবাহীর আকার, আয়তন, পারিপার্শ্বিক মাধ্যমের প্রকৃতি ও নিকটবর্তী অন্যান্য পরিবাহী সাপেক্ষে উহার অবস্থানের ওপর নির্ভর করে। উপরন্তু, নিকটবর্তী পরিবাহীগুলি অন্তরিত অথবা ভূমির সাথে যুক্ত কিনা তার ওপরও নির্ভর করে।

উপরোক্ত আলোচনা থেকে লেখা যায়

$$q \propto V$$

বা, $$\frac{q}{V} = \text{ধ্রুবক} = \text{ধারকত্ব}$$

বা, $$C = \frac{q}{V}$$

এই ধ্রুবকটিকে পরিবাহীটির ধারকত্ব (capacitance or capacity) বলা হয়। অর্থাৎ **কোনো পরিবাহীর বিভব একক পরিমাণ বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ চার্জের প্রয়োজন হয় তাই ওই পরিবাহীর ধারকত্ব।** এর মান পরিবাহীটির আধানের পরিমাণের ওপর নির্ভর করে।

$$\text{ধারকত্ব} = \frac{\text{আধান}}{\text{বিভব}}$$

একক : ধারকত্বের একক ফ্যারাড (F) এবং ক্ষুদ্রতম একক মাইক্রোফ্যারাড (μF)।

সাধারণত একটি অন্তরীত ও একটি ভূ-সংযুক্ত পরিবাহীর সমন্বয়ে একটি ধারক তৈরি হয়। এজন্য একটি ধারকের ধারকত্ব বলতে এর অন্তরীত পরিবাহীর ধারকত্ব বুঝায় এবং এর নিম্নলিখিত সংজ্ঞা দেওয়া যায়।

কোনো ধারকের অন্তরীত ও ভূ-সংযুক্ত দুই পরিবাহীর মধ্যে এক একক বিভব বৈষম্য সৃষ্টি করতে তার অন্তরীত পরিবাহীতে যে পরিমাণ চার্জ প্রদান করতে হবে, একে উক্ত ধারকের ধারকত্ব বলে।

$$\therefore \text{ কোনো ধারকের ধারকত্ব} = \frac{\text{অন্তরীত পরিবাহীর চার্জ}}{\text{দুই পরিবাহীর মধ্যে বিভব বৈষম্য}} \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.40)$$

কোনো ধারকের ধারকত্ব নির্ভর করে তার দুই পরিবাহীর আকার ও আকৃতির ওপর এবং পরিবাহী দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব ও মাধ্যমের ওপর।

কোনো ধারকের ধারকত্ব 2F বলতে বুঝায়— পাতদ্বয়ের মধ্যে 1 ভোল্ট বিভব পার্থক্য সৃষ্টি করতে অন্তরীত পরিবাহীতে 2 কুলম্ব চার্জ প্রদান করতে হবে। গঠন অনুসারে কয়েক রকমের ধারক আছে। যথা—সমান্তরাল পাত ধারক, গোলকীয় পাত ধারক, নলাকৃতির ধারক ইত্যাদি। এখানে আমরা সমান্তরাল পাত ধারকের গঠন ও কার্য পদ্ধতি আলোচনা করব।

কাজ : 1 ফ্যারাড ধারকত্ববিশিষ্ট একটি পরিবাহী তৈরি করা কী সম্ভব—ব্যাখ্যা কর।

ধরি পরিবাহীটি গোলকাকার। এখন আমরা জানি গোলাকার পরিবাহীর ধারকত্ব, $C = 4\pi\epsilon_0 r$। 1 ফ্যারাড ধারকত্বের জন্য পরিবাহীটির ব্যাসার্ধ হবে,

$$r = \frac{C}{4\pi\epsilon_0} = \frac{1}{\frac{1}{9\times10^9}} = 9\times10^9\,\text{m}$$

এই মান অত্যন্ত বড় যা পৃথিবীর ব্যাসার্ধের চেয়েও বেশি। সুতরাং 1 ফ্যারাড ধারকত্ববিশিষ্ট পরিবাহী তৈরি করা সম্ভব নয়

২.৬.৩ পরিবাহীর ধারকত্ব যে যে বিষয়ের ওপর নির্ভর করে

Factors on which capacity of a conductor depends

100%

ধারকত্বের সংজ্ঞা অনুসারে, $C = Q/V$। কাজেই নির্দিষ্ট পরিমাণ চার্জের দরুন কোনো পরিবাহীর বিভব যে যে কারণে পরিবর্তিত হয়, সেসব কারণে তার ধারকত্বও পরিবর্তিত হবে। কারণগুলো নিম্নরূপ—

(ক) পরিবাহীর ক্ষেত্রফল : ক্ষেত্রফল যত বৃদ্ধি পায় পরিবাহীর ধারকত্ব তত বেড়ে যায়। গোলাকার পরিবাহীর ক্ষেত্রে আমরা জানি $C = 4\pi\epsilon_0 kr$। সুতরাং ব্যাসার্ধ r বৃদ্ধি পেলে তার ক্ষেত্রফল এবং সাথে সাথে ধারকত্ব C বৃদ্ধি পায়। এটি সাধারণভাবে সব পরিবাহীর ক্ষেত্রে সত্য।

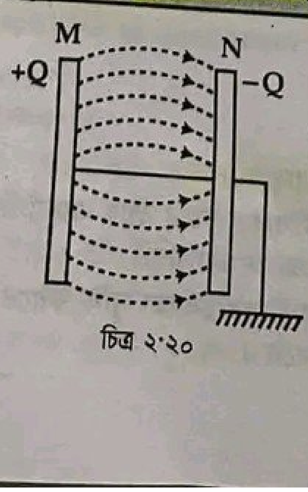
(খ) পরিবাহীর মধ্যবর্তী মাধ্যম : পরিবাহীর মধ্যবর্তী মাধ্যমের পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবকের ওপর তার ধারকত্ব নির্ভর করে। অপেক্ষাকৃত উচ্চ পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবকসম্পন্ন মাধ্যমে পরিবাহীর ধারকত্ব বেশি হয় এবং নিম্ন পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবকসম্পন্ন মাধ্যমে পরিবাহীর ধারকত্ব কম হয়। একটি পরিবাহীর ধারকত্ব শূন্য স্থানে বা বায়ুতে C_0 এবং k পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবকসম্পন্ন মাধ্যমে C_k হলে সমীকরণ (2.39) হতে দেখানো যায় যে,

$$k = \frac{C_k}{C_0} = \frac{\text{কোনো মাধ্যমে একটি পরিবাহীর ধারকত্ব}}{\text{শূন্যস্থানে বা বায়ুতে ওই পরিবাহীর ধারকত্ব}} \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.41)$$

(গ) পাতদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব : সমান্তরাল পাত ধারকের মধ্যবর্তী দূরত্ব বৃদ্ধি পেলে ধারকত্ব কমে এবং দূরত্ব কমলে ধারকত্ব বৃদ্ধি পায়।

(ঘ) অপর কোনো পরিবাহী বা ভূ-সংযুক্ত পরিবাহীর সান্নিধ্য : চার্জগ্রস্ত পরিবাহীর নিকটে অন্য কোনো চার্জহীন বা ভূ-সংযুক্ত পরিবাহী থাকলে বৈদ্যুতিক আবেশের দরুন পরীক্ষাধীন পরিবাহীর ধারকত্ব বৃদ্ধি পাবে। কিন্তু পরীক্ষাধীন চার্জগ্রস্ত পরিবাহীর নিকটে সম-জাতীয় চার্জগ্রস্ত বস্তু থাকলে, পরীক্ষাধীন পরিবাহীর ধারকত্ব হ্রাস পাবে এবং বিপরীত জাতীয় চার্জগ্রস্ত বস্তু থাকলে তার ধারকত্ব বৃদ্ধি পাবে।

অনুসন্ধানমূলক কাজ : ধারকের ধারকত্ব কীভাবে বৃদ্ধি করা যায় ?



চিত্র ২.২০

ধারকের ধারকত্ব বৃদ্ধি করা যায়—

(১) ধারকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল বাড়িয়ে

(২) ধারকের পাতদ্বয়ের মধ্যকার দূরত্ব কমিয়ে

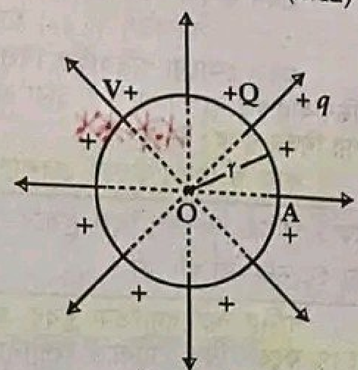
(৩) পাতদ্বয়ের মধ্যে বেশি মানের ডাই-ইলেকট্রিক ধ্রুবকের পদার্থ স্থাপন করে এবং

(৪) পাতদ্বয়ের যেকোনো একটিকে ভূ-সংযুক্ত করে।

২·৬·৪ গোলাকার পরিবাহীর ধারকত্ব
Capacitance of a spherical conductor

মনে করি শূন্য মাধ্যমে বা বায়ুতে অবস্থিত r (m) ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি গোলাকার পরিবাহী A-এর কেন্দ্র O এবং গোলকটিতে $+Q$ পরিমাণ চার্জ রয়েছে [চিত্র ২·২১]। ধরি গোলকের ধারকত্ব C এবং পৃষ্ঠের বিভব V। অতএব ধারকত্বের সংজ্ঞা অনুসারে,

$$C = \frac{Q}{V} \text{ অথবা, } V = \frac{Q}{C} \quad \ldots \quad (2.42)$$



চিত্র ২·২১

আমরা জানি পরিবাহীতে চার্জ সমভাবে তার পৃষ্ঠের সর্বত্র ছড়িয়ে পড়ে। কাজেই চার্জগ্রস্ত এ গোলকের কেন্দ্র হতে বলরেখাগুলো বের হয়ে আসছে মনে হবে। গোলকের কেন্দ্র O-এ + Q পরিমাণ চার্জ আছে কল্পনা করলেও ওই চার্জ হতে বলরেখাগুলো একইভাবে নির্গত হবে। এ কারণে চার্জগ্রস্ত গোলাকার পরিবাহীর ক্ষেত্রে সমস্ত চার্জ তার কেন্দ্রে অবস্থিত কল্পনা করা যায়।

∴ গোলাকার পরিবাহীর পৃষ্ঠে বিভব, $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{Q}{r}$ ... (2.43)

সমীকরণ (2.42) ও (2.43) অনুসারে, $\frac{Q}{C} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{Q}{r}$

$$\therefore C = 4\pi\epsilon_0 r \quad \ldots \quad (2.44)$$

সুতরাং এ প্রসঙ্গে উল্লেখ করা যায় যে,

১. k পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবকসম্পন্ন মাধ্যমে গোলকের পৃষ্ঠে বিভব,

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 kr}$$

কাজেই, $C = \frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0 kr$ ... (2.45)

এখানে $\epsilon_0 = 8{\cdot}854 \times 10^{-12}$ কুলম্ব^2/ নিউটন-মিটার^2 ($C^2/N\text{-}m^2$)।

২. '**কোনো পরিবাহীর ধারকত্ব 1 ফ্যারাড**' বলতে বুঝায় যে, তার বিভব 1 ভোল্ট বৃদ্ধি করতে 1 কুলম্ব চার্জ দিতে হয় এবং পরিবাহীটির ধারকত্ব 9×10^9 m ব্যাসার্ধের একটি গোলাকার পরিবাহীর শূন্য মাধ্যমে বা বায়ুতে ধারকত্বের সমান।

৩. k এর একক ফ্যারাড/মিটার (F/m)।

কাজ : গোলাকার পরিবাহীর ব্যাসার্ধ বাড়ালে ধারকত্ব বৃদ্ধি পায় কেন ?

আমরা জানি, গোলাকার পরিবাহীর ধারকত্ব $C = 4\pi\epsilon_0 r$ বা $C \propto r$। এখানে r = গোলকের ব্যাসার্ধ। চার্জ গোলকের বাইরের পৃষ্ঠে অবস্থান করে। ব্যাসার্ধ বেশি হলে, গোলকের পৃষ্ঠ পর্যন্ত দূরত্ব বেশি হয়। তাই গোলাকার পরিবাহীর ব্যাসার্ধ বাড়ালে ধারকত্ব বাড়ে।

কর্ম অনুশীলন : একই ব্যাসার্ধের দুটি ধাতব গোলকের একটি ফাঁপা ও একটি নিরেট। এদের একই তড়িৎ বিভবে চার্জিত করলে কোনটিতে বেশি চার্জ থাকবে ?

ফাঁপা ও নিরেট যে কোনো গোলকের ধারকত্ব ($C = 4\pi\epsilon_0 kr$) সমান হবে যদি পারিপার্শ্বিক মাধ্যম একই হয়। আবার পারিপার্শ্বিক মাধ্যম বায়ু হলে ধারকত্ব = $4\pi\epsilon_0 r$, যেখানে r = গোলকের ব্যাসার্ধ। উল্লিখিত গোলক দুটির ব্যাসার্ধ সমান। সুতরাং এদের ধারকত্ব সমান হবে। প্রযুক্ত বিভব V হলে প্রত্যেকটিতে চার্জের পরিমাণ $Q = CV$ হবে। সুতরাং দুটি গোলকেই সমান তড়িৎ আধান বা চার্জ থাকবে।

২·৬·৫ তড়িৎ ধারকত্ব
Electric capacitance or capacity

আমরা জানি প্রত্যেক বস্তুর তাপ গ্রহণের একটি ক্ষমতা আছে। একে বস্তুর তাপধারণ ক্ষমতা বা তাপগ্রাহিতা বলে।

তেমনি প্রত্যেক বস্তুরই তড়িৎ ধারণের একটি নির্দিষ্ট ক্ষমতা আছে। সাধারণত একে বস্তুর **তড়িৎ ধারকত্ব** বা সংক্ষেপে **ধারকত্ব** (capacitance) বলা হয়।

আমরা জানি, কোনো একটি পরিবাহীতে চার্জের পরিমাণ বাড়ালে তার তড়িৎ বিভব বেড়ে যায়। চার্জ এবং বিভব পরস্পরের সমানুপাতিক।

মনে করি কোনো একটি পরিবাহীতে Q পরিমাণ চার্জ যুক্ত করায় তার বিভব হলো V। অতএব আমরা লিখতে পারি,

$Q \propto V$ বা, $Q =$ ধ্রুবক $\times V$

বা, $Q = CV$ ... ... (2.46)

এখানে, C একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক। এই ধ্রুবকই পরিবাহীর ধারকত্ব।

∴ $\boxed{\text{চার্জ = ধারকত্ব × বিভব}}$

এখন ভাষায় ধারকত্বের সংজ্ঞা দিতে গিয়ে ধরি, $V = 1$ (একক)।

∴ সমীকরণ (2.46) হতে পাই, $Q = C$

অর্থাৎ কোনো পরিবাহীর বিভব এক একক বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ চার্জের প্রয়োজন হয় তাকে উক্ত পরিবাহীর তড়িৎ ধারকত্ব বলে। একে C দ্বারা ব্যক্ত করা হয়। এটি পরিবাহীর আকার, মাধ্যমের প্রকৃতি এবং অন্য বস্তুর সান্নিধ্যের ওপর নির্ভর করে।

কাজ ও বিভব উভয়ই স্কেলার রাশি। তাই ধারকত্বও স্কেলার রাশি।

কাজ : পানির পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবকের মান খুব বেশি। কিন্তু পানিকে ধারকের ডাই-ইলেকট্রিক পদার্থ হিসেবে ব্যবহার করা হয় না—ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০১১]

পানির পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবক অনেক বেশি; তবে বিশুদ্ধ অবস্থায় থাকলেই কেবল এটি ভালো অন্তরকের মতো আচরণ করে। কিন্তু পানিতে অপদ্রব্য দ্রবীভূত থাকলে পানি পরিবাহীর মতো আচরণ করে, তাই পানি ধারকের ডাই-ইলেকট্রিক হিসেবে উপযুক্ত নয়। তাছাড়া পানি তরল পদার্থ হওয়ায় এটি ধারকের ডাই-ইলেকট্রিক হিসেবেও সুবিধাজনক নয়।

২·৬·৬ ধারকত্বের একক
Unit of capacitance

ধারকত্বের এস. আই. বা ব্যবহারিক একক হলো ফ্যারাড (Farad)। বিখ্যাত বিজ্ঞানী মাইকেল ফ্যারাডের নাম অনুসারে এই এককের প্রচলন করা হয়েছে। ফ্যারাড একককে সংক্ষেপে F দ্বারা সূচিত করা হয়।

1 ফ্যারাড : কোনো পরিবাহীর বিভব 1 ভোল্ট বৃদ্ধি করতে যদি 1 কুলম্ব চার্জের প্রয়োজন হয়, তবে তার ধারকত্বকে 1 ফ্যারাড বলে।

আমরা জানি, $C = \frac{Q}{V}$ ∴ $1F = \frac{1C}{1V}$

কিন্তু ব্যবহারিক ক্ষেত্রে ফ্যারাড একক খুবই বড় হওয়ায় ক্ষুদ্র এককও ব্যবহার করা হয়। এসব ক্ষুদ্র এককের নাম মাইক্রো ফ্যারাড (μF) এবং মাইক্রোমাইক্রো ফ্যারাড বা পিকো ফ্যারাড ($\mu\mu F$ or pF)।

∴ $1F = 10^6 \mu F = 10^{12} \mu\mu F$ বা pF

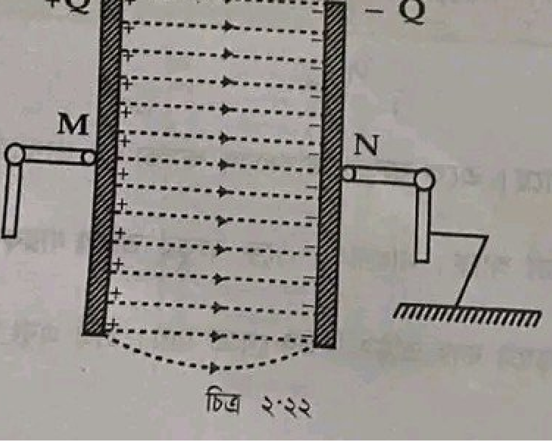
বা, $1 \mu F = 10^{-6} F$

এবং $1 \mu\mu F$ বা $1 pF = 10^{-12} F$

২·৬·৭ সমান্তরাল পাত ধারকের ধারকত্ব 1000%
Capacitance of a parallel plate condenser

বর্ণনা : সমান্তরাল পাত ধারকে দুটি সমান্তরাল ধাতব পাত আছে। এরা যথাক্রমে M ও N [চিত্র ২·২২]। পাত দুটি পরস্পর হতে সামান্য দূরে থাকে এবং এদের মধ্যে বায়ু অথবা অন্য কোনো পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যম যেমন প্যারাফিন, গন্ধক, কাচ, ইবোনাইট, অভ্র প্রভৃতি ব্যবহার করা হয়। এ ছাড়া পাত M কুপরিবাহী দণ্ড দ্বারা ভূমি হতে অন্তরীত অবস্থায় এবং পাত N ভূ-সংযুক্ত অবস্থায় থাকে।

কার্যনীতি : মনে করি, ধারকের পাত দুটির প্রত্যেকটির ক্ষেত্রফল A, তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব d এবং মধ্যবর্তী মাধ্যম বায়ু। এখন M পাতে + Q পরিমাণ চার্জ প্রদান করলে, M হতে নির্গত বলরেখাগুলো নিকটবর্তী ভূ-সংযুক্ত পরিবাহী N পাতের ওপর পড়বে। এর ফলে বৈদ্যুতিক আবেশ চরম হবে এবং N পাতের ভেতরের পৃষ্ঠের আবিষ্ট ঋণ চার্জ, M পাতের আবেশী ধন চার্জের সমান হবে। পাত দুটি পরস্পরের অতি নিকটে বলে M পাত হতে অভিলম্বভাবে বলরেখাগুলো বের হয়ে মোটামুটি পরস্পরের সমান্তরালে যেয়ে N পাতের ওপর পড়বে এবং পাত দুটির মধ্যে তড়িৎ প্রাবল্য সর্বত্র প্রায় সমান হবে। আবার যেহেতু ভূ-সংযুক্ত পাত N-এর বিভব শূন্য কাজেই M পাতের বিভবকে M ও N-এর মধ্যকার বিভব বৈষম্য গণ্য করা যেতে পা



চিত্র ২·২২

ধারকত্বের হিসাব : সমান্তরাল পাতদ্বয়ের পৃষ্ঠের তড়িৎ প্রাবল্য এবং পাতদ্বয়ের মধ্যবর্তী স্থানের তড়িৎ প্রাবল্য একই হবে।

আমরা জানি, কোনো পাত্রের পৃষ্ঠে তড়িৎ প্রাবল্য $E = \frac{\sigma}{\in} = \frac{Q}{A\in}$; এখানে, σ = চার্জ ঘনত্ব, $\in$ = মাধ্যমের ভেদনযোগ্যতা।

আমরা জানি, ধারকত্ব, $C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{Ed} = \frac{Q}{Qd/A\in} = \frac{A\in}{d}$ $[\because V = Ed]$

সমান্তরাল পাত ধারকের ধারকত্ব, $C = \frac{A\in}{d}$ ... ... [2.46(a)]

এবং বায়ু বা শূন্য মাধ্যমের জন্য ধারকত্ব, $C = \frac{\in_0 A}{d}$ **** ... [2.46(b)]

কাজ : একটি সমান্তরাল পাত ধারকের পাত দুটি বৃত্তাকার। প্রতিটি পাতের ব্যাস 2 cm এবং তাদের মাঝখানে 1 cm বায়ু স্তরের ব্যবধান আছে। যদি ধারকটিতে 9×10^{-7} coul চার্জ প্রদান করা হয় তবে পাতদ্বয়ের মধ্যে বিভব পার্থক্য কত হবে ?

$$C = \frac{\in_0 A}{d} = \frac{\in_0 \pi r^2}{d} = \frac{4\pi\in_0 r^2}{4d}$$

$$= \frac{(1 \times 10^{-2})^2}{9 \times 10^9 \times 4 \times 1 \times 10^{-2}}$$

$$= 2.8 \times \times 10^{-13}$$

এবং

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{9 \times 10^{-7}}{2.8 \times 10^{-13}} = 3.2 \times 10^6 \text{ volt}$$

এখানে,

$r = \frac{d}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ cm} = 1 \times 10^{-2} \text{ m}$

$d = 1 \text{ cm} = 1 \times 10^{-2} \text{ m}$

$\frac{1}{4\pi\in_0} = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{C}^{-2}$

$Q = 9 \times 10^{-7}$ C

অনুসন্ধানমূলক কাজ : একটি ধারকের গায়ে 0.09 μF — 220 V লেখা আছে। এ কথার অর্থ কী ?

লেখাটি থেকে বোঝা যায় যে ওই ধারকের ধারকত্ব 0.09 μF এবং এটি সর্বোচ্চ 220V বিভব পার্থক্যে ব্যবহার করা যেতে পারে। 220V-এর বেশি বিভব পার্থক্যে ধারকটি নষ্ট হয়ে যেতে পারে।

গাণিতিক উদাহরণ ২.১১

১। একটি সমান্তরাল পাত ধারকের ক্ষেত্রফল 1.4 m^2 এবং বায়ু মাধ্যমে পাতদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 0.03 m। এর ধারকত্ব মাইক্রোফ্যারাডে নির্ণয় কর। [চ. বো. ২০১১]

আমরা জানি,

$$C = \frac{\in_0 A}{d} = \frac{8.854 \times 10^{-12} \times 1.4}{0.03}$$

$$= 4.13 \times 10^{-10} \text{ F}$$

$$= 4.13 \times 10^{-4} \text{ μF}$$

এখানে,

$\in_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ m}^{-1}$

$A = 1.4 \text{ m}^2$

$d = 0.03$ m

২। একটি সমান্তরাল পাত ধারকের প্রত্যেক পাতের ক্ষেত্রফল $1.5 \times 10^6 \text{ mm}^2$ এবং পাতদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 2 cm। যদি বিভব পার্থক্য 60 V হয়, তবে প্রত্যেক পাতের চার্জ নির্ণয় কর। $[\in_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}]$ [ঢা. বো. ২০১০]

মনে করি, ধারকের ধারকত্ব = C

আমরা জানি,

$$Q = C \times V \quad ... \quad ... \quad ... \quad \text{(i)}$$

আবার, $C = \frac{\in_0 A}{d}$

$$\therefore C = \frac{8.854 \times 10^{-12} \times 1.5}{0.02}$$

এখানে,

$A = 1.5 \times 10^6 \text{ mm}^2 = 1.5 \text{ m}^2$

$d = 2 \text{ cm} = 0.02$ m

$\in_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$

$V = 60$ V

$Q = ?$

সমীকরণ (i)-এ মান বসিয়ে পাই,

$$Q = C \times V = \frac{8{\cdot}854 \times 10^{-12} \times 1{\cdot}5 \times 60}{0{\cdot}02} = 3{\cdot}98 \times 10^{-8} \text{ coulomb}$$

৩। 12 μF এবং 24 μF ধারকত্বের দুটি ধারক শ্রেণিবদ্ধভাবে সংযুক্ত করলে ধারকত্ব কত হবে ? এদের দুই প্রান্ত 40 V এর একটি ব্যাটারির সাথে সংযুক্ত করলে এটি কত চার্জ গ্রহণ করবে ? একটি 100 Ω রোধক উক্ত ধারক দুটির সাথে শ্রেণি সংযোগ করলে গৃহীত চার্জের কী পরিবর্তন হবে ? [KUET Admission Test, 2003–04]

এখানে,

$C_1 = 12\ \mu F$

$C_2 = 24\ \mu F$

$V = 40\ V$

$R = 100\ \Omega$

আমরা জানি,

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\therefore\ C_s = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{12 \times 24}{12 + 24} = 8\ \mu F$$

আবার,

$$C = \frac{Q}{V}$$

বা, $Q = CV = 8 \times 10^{-6} \times 40 = 3{\cdot}2 \times 10^{-4}$ C

যেহেতু ডিসি (DC) কারেন্ট ধারকের ভেতর দিয়ে প্রবাহিত হয় না, সুতরাং বর্তনীতে রোধ যুক্ত করলে চার্জের কোনো পরিবর্তন হবে না।

২·৭ ধারকের শ্রেণি ও সমান্তরাল সংযোগ এবং তুল্য ধারকত্ব

Combination of series, parallel condensers and equivalent capacitance

সুবিধামতো ধারকত্ব পাওয়ার জন্য একাধিক ধারক যুক্ত করা হয়। একে **ধারকের সজ্জা বলে**। এটি দুই প্রকারে করা যেতে পারে; যথা—(১) **শ্রেণি বা সিরিজ সমবায়** (Grouping in series) ও (২) **সমান্তরাল সমবায়** (Grouping in parallel)।

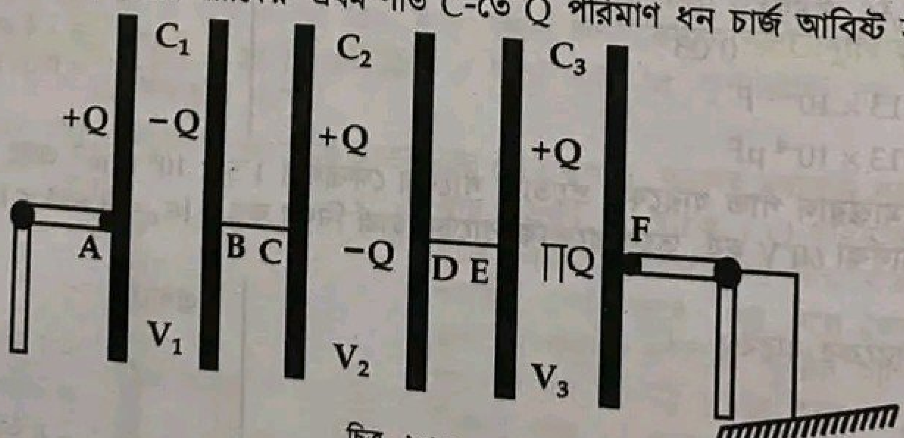
তুল্য ধারকত্ব (Equivalent capacitance) : ধারকের কোনো সমবায়ের পরিবর্তে একটি মাত্র ধারক ব্যবহার করলে যদি ধারকের পাতে চার্জ এবং বিভব পার্থক্য সমবায়ের চার্জ ও বিভব পার্থক্যের সমান থাকে, তবে ওই ধারকের ধারকত্বকে সমবায়ের তুল্য ধারকত্ব বলে।

২·৭·১ ধারকের শ্রেণি বা সিরিজ বিন্যাস

Combination of series capacitors

যখন কতকগুলো ধারককে এমনভাবে যুক্ত করা হয় যাতে প্রথম ধারকের দ্বিতীয় পাত দ্বিতীয় ধারকের প্রথম পাতের সাথে, দ্বিতীয় ধারকের দ্বিতীয় পাত তৃতীয় ধারকের প্রথম পাতের সাথে ইত্যাদি একের পর এক যুক্ত থাকে এবং সর্বশেষ ধারকের শেষ পাত ভূ-সংযুক্ত থাকে তখন একে শ্রেণিবিন্যাস বলে। শ্রেণিবিন্যাসে অন্তর্ভুক্ত শেষ ধারকের শেষ পাত ছাড়া অন্য পাতগুলো পৃথিবী হতে অন্তরীত অবস্থায় থাকে। ২·২৩ নং চিত্রে C_1, C_2 ও C_3 ধারকত্বের তিনটি ধারক AB, CD, EF শ্রেণিবিন্যাসে আছে দেখানো হয়েছে।

প্রথম ধারকের প্রথম পাত A-তে Q পরিমাণ ধন চার্জ প্রদান করলে তড়িৎ আবেশের দরুন এর দ্বিতীয় পাত B-তে Q পরিমাণ ঋণ চার্জ এবং দ্বিতীয় ধারকের প্রথম পাত C-তে Q পরিমাণ ধন চার্জ আবিষ্ট হবে। দ্বিতীয় ধারকের



চিত্র ২·২৩

প্রথম পাতের ধন চার্জের দরুন তার দ্বিতীয় পাতে Q পরিমাণ ঋণ চার্জ এবং তৃতীয় ধারকের প্রথম পাতে Q পরিমাণ ধন চার্জ আবিষ্ট হবে। এভাবে প্রত্যেক ধারকের প্রথম পাত Q পরিমাণ ধন চার্জ এবং দ্বিতীয় পাত Q পরিমাণ ঋণ চার্জ প্রাপ্ত হবে। প্রথম ধারকের দ্বিতীয় পাত দ্বিতীয় ধারকের প্রথম পাতের সাথে সংযুক্ত বলে তাদের বিভব সমান হবে। একই কারণে দ্বিতীয় ধারকের দ্বিতীয় পাত ও তৃতীয় ধারকের প্রথম পাতের বিভব সমান

ধারকের পাতদ্বয়ের মধ্যে বিভব বৈষম্য যথাক্রমে V_1, V_2 ও V_3 এবং সংযোজনের অন্তর্গত প্রথম পাত A এবং শেষ পাত F-এর মধ্যে বিভব বৈষম্য V, তা হলে, $V = V_1 + V_2 + V_3$।

এখন, $V_1 = \frac{Q}{C_1}$, $V_2 = \frac{Q}{C_2}$ ও $V_3 = \frac{Q}{C_3}$

$$\therefore \; V = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2.47)$$

কিন্তু যদি সমগ্র সংযোজনের পরিবর্তে C_s ধারকত্বের কোনো একটি ধারকের প্রথম পাতে Q পরিমাণ ধন চার্জ প্রদান করলে তার অন্তরীত ও ভূ-সংযুক্ত পাত দুটির মধ্যে বিভব বৈষম্য V হয়, তাহলে

$$V = \frac{Q}{C_s} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2.48)$$

সমীকরণ (2.47) ও (2.48) অনুসারে, $\frac{Q}{C_s} = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)$

$$\therefore \; \frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2.49)$$

C_s-ই হচ্ছে তুল্য ধারকত্ব।

অনুরূপভাবে দেখানো যায় যে, শ্রেণি সংযোজনের অন্তর্গত $C_1, C_2, C_3, \ldots\ldots, C_n$ ধারকত্বের nটি ধারকের তুল্য ধারকত্ব C_s হলে,

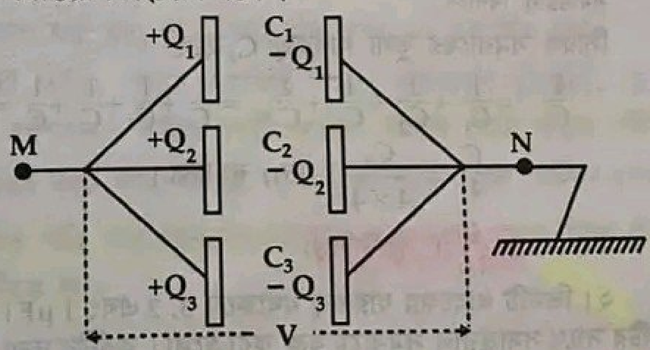
$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots \ldots + \frac{1}{C_n} = \Sigma\frac{1}{C} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2.50)$$

সুতরাং শ্রেণি সংযোজনের অন্তর্ভুক্ত ধারকগুলোর ধারকত্বের বিপরীত মানের সমষ্টি তুল্য ধারকত্বের বিপরীত মানের সমান।

২·৭·২ ধারকের সমান্তরাল সংযোগ
Combination of parallel capacitors

যখন কতগুলো ধারককে এমনভাবে যুক্ত করা হয় যাতে প্রত্যেক ধারকের প্রথম পাত এক বিন্দুতে এবং দ্বিতীয় পাত অপর এক বিন্দুতে যুক্ত থাকে তখন একে ধারকের সমান্তরাল সংযোগ বলে।

২·২৪নং চিত্রে সমান্তরাল সংযোগের অন্তর্ভুক্ত C_1, C_2 ও C_3 ধারকত্বের তিনটি ধারকের প্রত্যেকের প্রথম পাত M বিন্দুতে এবং দ্বিতীয় পাত ভূ-সংযুক্ত অবস্থায় N বিন্দুতে যুক্ত আছে দেখানো হয়েছে। এই অবস্থায় M বিন্দুতে Q পরিমাণ ধন চার্জ প্রদান করলে প্রত্যেক ধারকের পাত দুটির মধ্যে বিভব বৈষম্য সমান হবে এবং Q চার্জ ধারকত্ব অনুযায়ী ধারকগুলোতে ছড়িয়ে পড়বে।



চিত্র ২·২৪

ধরা যাক, C_1, C_2, C_3 ধারকত্বের ধারক তিনটিতে সঞ্চিত চার্জের পরিমাণ যথাক্রমে Q_1, Q_2 ও Q_3 এবং M ও N-এর মধ্যে বিভব বৈষম্য V।

তাহলে, $Q_1 = C_1V$, $Q_2 = C_2V$, $Q_3 = C_3V$ এবং $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$

$$\therefore \; Q = C_1V + C_2V + C_3V \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2.51)$$
$$= (C_1 + C_2 + C_3)V$$

যদি সমগ্র সমান্তরাল সংযোগের পরিবর্তে C_p ধারকত্বের একটি ধারকের প্রথম ও দ্বিতীয় পাত যথাক্রমে M ও N বিন্দুতে যোগ করে M বিন্দুতে Q পরিমাণ ধন চার্জ প্রদান করলে M ও N বিন্দুর মধ্যে বিভব বৈষম্য V হয়, তাহলে

$$Q = C_pV = (C_1 + C_2 + C_3)V \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2.52)$$

$$\therefore \; C_p = C_1 + C_2 + C_3$$

C_p হচ্ছে তুল্য ধারকত্ব।

ধারকের পাতদ্বয়ের মধ্যে বিভব বৈষম্য যথাক্রমে V_1, V_2 ও V_3 এবং সংযোজনের অন্তর্গত প্রথম পাত A এবং শেষ পাত F-এর মধ্যে বিভব বৈষম্য V, তা হলে, $V = V_1 + V_2 + V_3$।

এখন, $V_1 = \frac{Q}{C_1}$, $V_2 = \frac{Q}{C_2}$ ও $V_3 = \frac{Q}{C_3}$

$$\therefore \quad V = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right) \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.47)$$

কিন্তু যদি সমগ্র সংযোজনের পরিবর্তে C_s ধারকত্বের কোনো একটি ধারকের প্রথম পাতে Q পরিমাণ ধন চার্জ প্রদান করলে তার অন্তরীত ও ভূ-সংযুক্ত পাত দুটির মধ্যে বিভব বৈষম্য V হয়, তাহলে

$$V = \frac{Q}{C_s} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.48)$$

সমীকরণ (2.47) ও (2.48) অনুসারে, $\frac{Q}{C_s} = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)$

$$\therefore \quad \frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.49)$$

C_s-ই হচ্ছে তুল্য ধারকত্ব।

অনুরূপভাবে দেখানো যায় যে, শ্রেণি সংযোজনের অন্তর্গত $C_1, C_2, C_3, \ldots\ldots, C_n$ ধারকত্বের nটি ধারকের তুল্য ধারকত্ব C_s হলে,

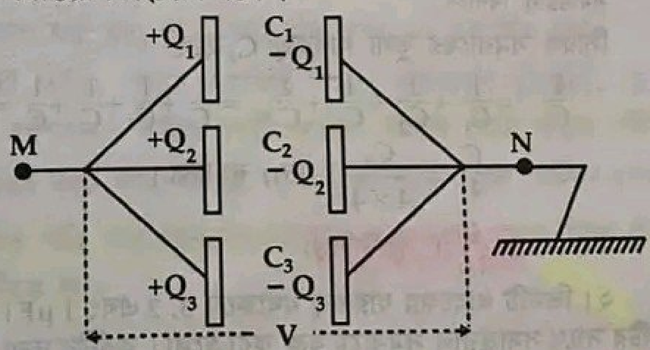
$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots \ldots + \frac{1}{C_n} = \Sigma\frac{1}{C} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.50)$$

সুতরাং শ্রেণি সংযোজনের অন্তর্ভুক্ত ধারকগুলোর ধারকত্বের বিপরীত মানের সমষ্টি তুল্য ধারকত্বের বিপরীত মানের সমান।

২·৭·২ ধারকের সমান্তরাল সংযোগ
Combination of parallel capacitors

যখন কতগুলো ধারককে এমনভাবে যুক্ত করা হয় যাতে প্রত্যেক ধারকের প্রথম পাত এক বিন্দুতে এবং দ্বিতীয় পাত অপর এক বিন্দুতে যুক্ত থাকে তখন একে ধারকের সমান্তরাল সংযোগ বলে।

২·২৪নং চিত্রে সমান্তরাল সংযোগের অন্তর্ভুক্ত C_1, C_2 ও C_3 ধারকত্বের তিনটি ধারকের প্রত্যেকের প্রথম পাত M বিন্দুতে এবং দ্বিতীয় পাত ভূ-সংযুক্ত অবস্থায় N বিন্দুতে যুক্ত আছে দেখানো হয়েছে। এই অবস্থায় M বিন্দুতে Q পরিমাণ ধন চার্জ প্রদান করলে প্রত্যেক ধারকের পাত দুটির মধ্যে বিভব বৈষম্য সমান হবে এবং Q চার্জ ধারকত্ব অনুযায়ী ধারকগুলোতে ছড়িয়ে পড়বে।



চিত্র ২·২৪

ধরা যাক, C_1, C_2, C_3 ধারকত্বের ধারক তিনটিতে সঞ্চিত চার্জের পরিমাণ যথাক্রমে Q_1, Q_2 ও Q_3 এবং M ও N-এর মধ্যে বিভব বৈষম্য V।

তাহলে, $Q_1 = C_1V$, $Q_2 = C_2V$, $Q_3 = C_3V$ এবং $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$

$$\therefore \quad Q = C_1V + C_2V + C_3V \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.51)$$
$$= (C_1 + C_2 + C_3)V$$

যদি সমগ্র সমান্তরাল সংযোগের পরিবর্তে C_p ধারকত্বের একটি ধারকের প্রথম ও দ্বিতীয় পাত যথাক্রমে M ও N বিন্দুতে যোগ করে M বিন্দুতে Q পরিমাণ ধন চার্জ প্রদান করলে M ও N বিন্দুর মধ্যে বিভব বৈষম্য V হয়, তাহলে

$$Q = C_pV = (C_1 + C_2 + C_3)V \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.52)$$

$$\therefore \quad C_p = C_1 + C_2 + C_3$$

C_p হচ্ছে তুল্য ধারকত্ব।

একইভাবে দেখানো যায় যে, $C_1, C_2, C_3, \ldots\ldots, C_n$ ধারকত্বের nটি ধারকের সমান্তরাল সংযোগের সমতুল্য তুল্য ধারকত্ব C_p হলে,

$$C_p = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots\cdots + C_n = \Sigma C \quad \ldots\ldots \quad (2.53)$$

সুতরাং, সমান্তরাল সংযোগের অন্তর্ভুক্ত ধারকগুলোর ধারকত্বের সমষ্টি সংযোজনের তুল্য ধারকত্বের সমান।

যাচাই কর : দেখাও যে, সমান ধারকত্বের দুটি ধারকের সমান্তরাল সমবায়ে থাকাকালীন ধারকত্ব শ্রেণিবদ্ধ সমবায়ে থাকাকালীন সমতুল ধারকত্বের 4 গুণ।

ধরা যাক, প্রত্যেকটি ধারকের ধারকত্ব = C

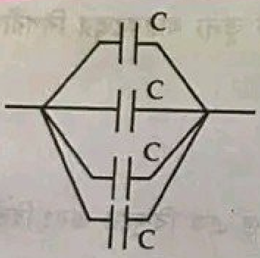
এদের সমান্তরাল সমবায়ে তুল্য ধারকত্ব $C_p = C + C = 2C \quad \ldots \quad \ldots \quad$ (i)

আবার শ্রেণি সমবায়ে তুল্য ধারকত্ব $\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{2}{C}$; $C_s = \frac{C}{2} \quad \ldots \quad \ldots \quad$ (ii)

(i) ÷ (ii) হতে পাই, $\frac{C_p}{C_s} = 2C \times \frac{2}{C} = 4 \quad \therefore C_p = 4C_s$

গাণিতিক উদাহরণ ২.১২

১। **প্রমাণ কর যে, সমান ধারকত্বের 4টি ধারকের শ্রেণি সমবায়ে থাকাকালীন সমতুল ধারকত্ব তাদের সমান্তরাল সমবায়ে থাকাকালীন সমতুল ধারকত্বের $\frac{1}{16}$ গুণ।** [ঢা. বো. ২০০৪]



সমান্তরাল বিন্যাস।

শ্রেণি সমবায়।

মনে করি, প্রতিটি ধারকের ধারকত্ব C এবং সমান্তরাল সমবায়ে সাজালে তুল্য ধারকত্ব হবে C_p।

$$\therefore C_p = C_1 + C_2 + C_3 + C_4$$
$$= C + C + C + C = 4C$$
$$\therefore C = \frac{C_p}{4} \quad \ldots \quad \ldots \quad (i)$$

সিরিজ সমবায়ের তুল্য ধারকত্ব C_s হলে

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{4}{C}$$

$\therefore C_s = \frac{C}{4} = \frac{C_p}{4 \times 4}$ [(i) নং দ্বারা]

$= \frac{1}{16} C_p$ (প্রমাণিত)

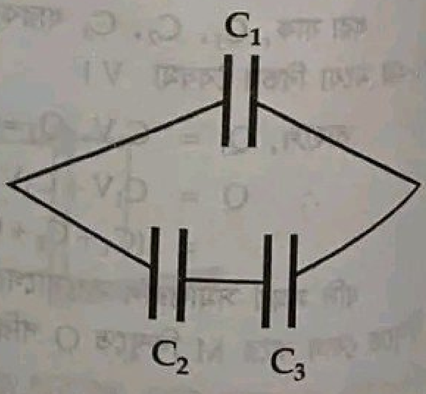
২। তিনটি ধারকের ধারকত্ব যথাক্রমে 3, 2 এবং 1 μF। এদের দ্বিতীয় এবং তৃতীয়টিকে শ্রেণি সমবায়ে সাজিয়ে প্রথমটির সাথে সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত করা হলো। বর্তনীর তুল্য ধারকত্ব নির্ণয় কর। [কু. বো. ২০০৯; ব. বো. ২০০৪]

মনে করি শ্রেণি সমবায়ে তুল্য ধারকত্ব = C_s

∴ আমরা পাই, $\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{1}$

বা, $\frac{1}{C_s} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}$

∴ $C_s = \frac{2}{3} \mu F$



শেষটি সমান্তরাল সংযোজনী; মনে করি এক্ষেত্রে তুল্য ধারকত্ব = C_p

∴ আমরা পাই,

$C_p = C_s + C_1 = \frac{2}{3} + 3$

বা, $C_p = \frac{2+9}{3} = \frac{11}{3}$

∴ $C_p = 3.66 \mu F$

২.৭.৩ ধারকের স্থিতি বা সঞ্চিত শক্তি
Potential energy of a condenser or a capacitor

মনে করি কোনো ধারকের একটি পাতকে ভূ-সংলগ্ন করে অপর পাতটি V বিভবে চার্জিত করে ধারকটিকে চার্জিত করা হলো। ধারকটিকে চার্জিত করতে যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করতে হয়, তা-ই ধারকে স্থিতিশক্তিরূপে সঞ্চিত থাকে। এক্ষেত্রে একটি পাতকে V বিভবে চার্জিত করতে যে কাজ করতে হয় তা-ই ধারককে চার্জিত করার জন্যে প্রয়োজনীয় কাজ এবং এটিই হলো ধারকের স্থিতিশক্তি। মনে করি V বিভবে চার্জিত করার নিমিত্তে যখন পাতটিকে একটু একটু করে চার্জযুক্ত করা হয়েছিল তখন কোনো সময় পাতটির বিভব হয়েছিল V। ওই সময় পাতটিকে আরো dq পরিমাণ চার্জ সরবরাহ করতে সাধিত কাজের পরিমাণ, $dW = Vdq = \frac{q}{C}dq$ এবং পাতটিতে যদি মোট Q চার্জ সরবরাহ করা হয়, তবে মোট সাধিত কাজের পরিমাণ

$$W = \int dW = \int_0^Q \frac{q}{C}dq$$, এখানে C হলো ধারকের ধারকত্ব

$$= \frac{1}{C}\left[\frac{q^2}{2}\right]_0^Q = \frac{1}{C}\left[\frac{Q^2}{2}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{Q^2}{C} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (2.54)$$

∴ ধারকের স্থিতিশক্তি

$$P.E. = W = \frac{Q^2}{2C} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (2.55)$$

$$= \frac{1}{2}Q\times\frac{Q}{C} = \frac{1}{2}QV \quad \left[\because V = \frac{Q}{C}\right] \qquad \ldots \qquad (2.56)$$

$$= \frac{1}{2}CV^2 \qquad [\because Q = CV] \qquad \ldots \qquad (2.57)$$

যদি Q কুলম্বে, V ভোল্টে এবং C ফ্যারাডে প্রকাশ করা হয়, তবে স্থিতিশক্তি জুলে (J) প্রকাশিত হবে।

চার্জিত ধারকে সঞ্চিত শক্তি পাতদ্বয়ের মধ্যবর্তী তড়িৎ ক্ষেত্রে অবস্থান করে। সমীকরণ (2.55), (2.56) এবং (2.57)-এর প্রত্যেকটি হলো ধারকের স্থিতিশক্তির রাশিমালা। অর্থাৎ একটি আহিত ধারকে মোট শক্তির পরিমাণ, $U = \frac{1}{2}\cdot\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV$। ধারকে সঞ্চিত শক্তি নির্ভর করে ধারকের দুই পাতের মধ্যবর্তী বিভব পার্থক্য ধারকের ধারকত্ব এবং চার্জের ওপর। একটি নির্দিষ্ট ধারকে সঞ্চিত শক্তি তার আধানের বর্গের সমানুপাতিক এবং বিভব পার্থক্য স্থির থাকলে ধারকের সঞ্চিত শক্তি তার চার্জের সমানুপাতিক হয়।

গাণিতিক উদাহরণ ২.১৩

১। 0·6 μF ধারকত্বের একটি পরিবাহীকে 84 V বিভবে আহিত করা হলো। পরিবাহীটির আধান এবং সঞ্চিত শক্তি নির্ণয় কর।

আমরা জানি, পরিবাহীর আধান,

$$q = CV$$

$$\therefore q = 0{\cdot}6\times10^{-6}\times84$$

$$= 50{\cdot}4\times10^{-6}\,C = 5{\cdot}04\times10^{-5}\,C$$

এবং সঞ্চিত শক্তি, $U = \frac{1}{2}CV^2$

$$= \frac{1}{2}\times0{\cdot}6\times10^{-6}\times(84)^2$$

$$= 2{\cdot}117\times10^{-3}\,J$$

এখানে,
$C = 0{\cdot}6\,\mu F = 0{\cdot}6\times10^{-6}\,F$
$V = 84\,V$
$q = ?$
$U = ?$

২.৭.৪ Equation of stored energy in unit volume of electric field — তড়িৎক্ষেত্রে সঞ্চিত শক্তির রাশিমালা

একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি,

$$U = \frac{W}{\text{আয়তন}} = \frac{W}{Ad}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}CV^2}{Ad} = \frac{\frac{1}{2}C(Ed)^2}{Ad} \quad \left[\because E = \frac{V}{d} \quad \therefore V = Ed\right] \ldots \quad (2.58)$$

সমীকরণ [2.46(b)] ব্যবহার করে আমরা পাই,

$$U = \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon_0 A}{d}\right) \times (Ed)^2}{Ad} \quad \left[\because \text{শূন্য মাধ্যমের জন্যে}, C = \frac{\epsilon_0 A}{d}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.59)$$

যদি পাত দুটির মধ্যে বায়ু ছাড়া অন্য কোনো মাধ্যম থাকে যার পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবক ϵ_r, তবে একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তির পরিমাণ হবে,

$$U = \frac{1}{2}\epsilon_r \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\epsilon E^2 \quad [\because \epsilon_r \epsilon_0 = \epsilon] \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.60)$$

ক্রিয়াকর্ম : কোনো ধারককে যে কোনো উচ্চ মানের বিভবে আহিত করা কী সম্ভব—ব্যাখ্যা কর।

কোনো ধারককে যে কোনো উচ্চ মানের বিভবে আহিত করা সম্ভব নয়। বিভবের মান খুব বেশি হলে পারিপার্শ্বিক বায়ুস্তরের আস্তরণ (insulation) ভেঙ্গে যায় এবং ধারক ও বায়ুর মধ্যে তড়িৎ ক্ষরণ ঘটতে থাকে।

গাণিতিক উদাহরণ ২.১৪

১। একটি সমান্তরাল পাত ধারকের প্রত্যেকটি পাতের ক্ষেত্রফল 0·03 m^2। পাত দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব $2·0 \times 10^{-3}$ m এবং পাত দুটির মধ্যে বিভব পার্থক্য 150 V হলে, (i) ধারকের ধারকত্ব; (ii) পাত দুটির মধ্যে সঞ্চিত শক্তি এবং (iii) পাত দুটির মধ্যে যে কোনো বিন্দুতে একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি বের কর।

মনে করি, পাত ধারকত্ব $= C$
পাত দুটির মধ্যে সঞ্চিত শক্তি $= U$ এবং
পাত দুটির মধ্যে যে কোনো বিন্দুতে একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি $= u$

দেওয়া আছে,
$A = 0·03\ m^2$
$d = 2 \times 10^{-3} m$
$V = 150\ V$
$\epsilon_0 = 8·85 \times 10^{-12} F/m$

(i) আমরা জানি,

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{(8·85 \times 10^{-12} F/m)(0·03\ m^2)}{2 \times 10^{-3} m}$$

$$= \frac{8·85 \times 10^{-12} \times 3 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-3}} F$$

$$= 13·27 \times 10^{-11} F$$

(ii) পাত দুটির মধ্যে সঞ্চিত শক্তি

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}(13·27 \times 10^{-11} F)(150)^2$$

$$= 14·9 \times 10^{-7} J$$

(iii) পাত দুটির মধ্যে যে কোনো বিন্দুতে একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি,

$$U = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\epsilon_0 \left(\frac{V}{d}\right)^2 \quad [\because V = Ed]$$

$$= \frac{1}{2}(8·85 \times 10^{-12} Fm^{-1})\left(\frac{150 V}{2 \times 10^{-3} m}\right)^2$$

$$= \frac{8·85 \times 150 \times 150 \times 10^{-12} \times 10^6}{2 \times 2 \times 2}$$

$$= 2·49 \times 10^{-2} J\, m^{-3}$$

২। একটি বিচ্ছিন্ন সমান্তরাল পাত ধারকের পাতদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব দ্বিগুণ করা হলে ধারকের সঞ্চিত শক্তির কী পরিবর্তন হবে ?

দেওয়া আছে,

$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$

$C_1 = \frac{\epsilon_0 A}{2d}$

আমরা জানি,

ধারকের সঞ্চিত শক্তি, $U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{\epsilon_0 A}{d}V^2$ ... ... (i)

এবং পরিবর্তিত ক্ষেত্রে শক্তি, $U_1 = \frac{1}{2}C_1V^2 = \frac{1}{2}\frac{\epsilon_0 A}{2d}V^2$ ... ... (ii)

(ii) ÷ (i), $\frac{U_1}{U} = \frac{\frac{1}{2}\frac{\epsilon_0 A}{2d}V^2}{U} = \frac{\frac{1}{2}\frac{\epsilon_0 A V^2}{d}\times\frac{1}{2}}{U} = \frac{U\times\frac{1}{2}}{U} = \frac{1}{2}$

$\therefore U_1 = \frac{1}{2}U$

অর্থাৎ ধারকের সঞ্চিত শক্তি পূর্বের শক্তির অর্ধেক হবে।

৩। একটি ধারকের দুই পাতের মধ্যে বিভব পার্থক্য V এবং ধারকের সঞ্চিত শক্তি U। ধারকের বিভব পার্থক্য বৃদ্ধি করে 3V করা হলে সঞ্চিত শক্তি বৃদ্ধি পেয়ে কত হবে ?

দেওয়া আছে,

$V_1 = 3V$

সঞ্চিত শক্তি $= U$

পরিবর্তিত সঞ্চিত শক্তি, $U_1 = ?$

আমরা জানি, সঞ্চিত শক্তি,

$U = \frac{1}{2}CV^2$

ধারকের বিভব পার্থক্য বৃদ্ধি করায় সঞ্চিত শক্তি,

$\therefore U_1 = \frac{1}{2}C(3V)^2$

$= 9\times\frac{1}{2}CV^2 = 9U$

৪। একটি তড়িৎ আহিত ধারক তার দ্বিগুণ ধারকত্বসম্পন্ন অপর একটি অনাহিত ধারকের সঙ্গে নিজ আধান বণ্টন করে নিল। এ অবস্থায় উভয় ধারকের মোট শক্তির পরিমাণ নির্ণয় কর।

এখানে, মনে করি

তড়িৎ আহিত ধারকের ধারকত্ব $= C$

এবং আধান $= Q$

অপর ধারকের ধারকত্ব $= 2C$

আধান বণ্টনের আগে আহিত ধারকের শক্তি $= E_1$

উভয় ধারকের মোট শক্তি, $E = ?$

তড়িৎ আহিত ধারক অনাহিত ধারকের সঙ্গে আধান বণ্টন করে নেওয়ার অর্থ হলো ধারক দুটি সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত।

অতএব, তাদের তুল্য ধারকত্ব

$C + 2C = 3C$

আমরা জানি,

শক্তি, $E_1 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$

$\therefore$ সমবায়ের শক্তি, $E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{3C} = \frac{1}{3}\cdot\frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{3}E_1$

৫। বায়ু মাধ্যমবিশিষ্ট কোনো ধারকের সমতল পাত দুটির ক্ষেত্রফল $12\ cm^2$ এবং তারা পরস্পর হতে 2 mm দূরে অবস্থিত। ধারকটিকে $2\ \mu C$ আধানে আহিত করা হলে পাতদ্বয়ের বিভব পার্থক্য হয় 4 mV।

(ক) ধারকটির মধ্যবর্তী স্থানের প্রাবল্য কত ?

(খ) একজন ছাত্র প্রত্যেকটি পাতকে সমদ্বিখণ্ডিত করে 0·5 mm ব্যবধানবিশিষ্ট দুটি ধারক তৈরি করে তাদেরকে পরস্পর শ্রেণিতে যুক্ত করল। ছাত্র কর্তৃক সৃষ্ট ধারক সমবায়ের ধারকত্বের সাথে পূর্বের ধারকত্বের তুলনা কর।

[রা. বো. ২০১৫; ব. বো. ২০১৫]

(ক) $E = V = \frac{V}{d_1} = \frac{4\times10^{-3}}{2\times10^{-3}} = 2\ NC^{-1}$

(খ) $C_1 = \frac{\epsilon_0 A_1}{d_1} = \frac{8{\cdot}854\times10^{-12}\times12\times10^{-4}}{2\times10^{-3}} = 5{\cdot}3\times10^{-12}\ F$

$C_2 = \frac{\epsilon_0 A_2}{d_2} = \frac{8{\cdot}854\times10^{-12}\times6\times10^{-4}}{0{\cdot}5\times10^{-3}} = 1{\cdot}06\times10^{-11}\ F$

একইভাবে অন্য আর একটি ধারকের ধারকত্ব

$C'_2 = 1{\cdot}06\times10^{-11}\ F$

শ্রেণির সমবায়ের জন্য

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_2'} = \frac{1}{1{\cdot}06 \times 10^{-11}} + \frac{1}{1{\cdot}06 \times 10^{-11}}$$

$$\frac{1}{C_s} = \frac{2}{1{\cdot}06 \times 10^{-11}}$$

$$\therefore \; C_s = \frac{1{\cdot}06 \times 10^{-11}}{2} = 5{\cdot}3 \times 10^{-12}\ \text{F}$$

$$\therefore \; \frac{C_1}{C_s} = \frac{5{\cdot}3 \times 10^{-12}}{5{\cdot}3 \times 10^{-12}}$$

বা, $\frac{C_1}{C_s} = 1$ বা, $C_1 = C_2$

অর্থাৎ পূর্বের ধারকত্ব পরের ধারকত্বের সমান হবে।

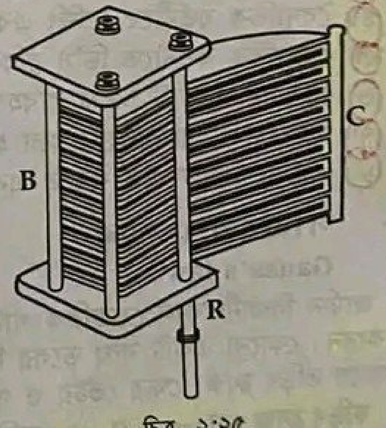
অনুসন্ধানমূলক কাজ : বিদ্যুৎ সরবরাহ বিচ্ছিন্ন করার পরেও ধারকযুক্ত কোনো বর্তনীকে সাবধানে নাড়াচাড়া করার দরকার হয় কেন ব্যাখ্যা কর।

ধারক সংযুক্ত কোনো তড়িৎ বর্তনীকে উচ্চ বিভবের উৎসের সঙ্গে যুক্ত করলে ধারকটি উচ্চ বিভবে চার্জিত হয়। এখন উৎস সরিয়ে নিলেও সাধারণত ধারকটি ক্ষরিত হতে বেশ সময় নেয়। তাই উৎস সরানোর সঙ্গে সঙ্গে বর্তনী স্পর্শ করলে শক লাগার সম্ভাবনা থাকে। এ কারণে ধারকযুক্ত বর্তনী সাবধানে নাড়াচাড়া করা উচিত।

২·৭·৫ ধারকের প্রকারভেদ ও ব্যবহার 100%
Kinds of condenser and uses

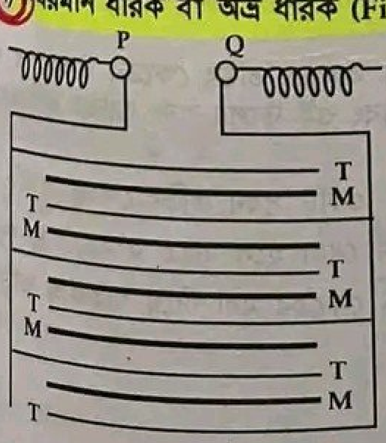
(ক) পরিবর্তনীয় ধারক (Variable condenser or capacitor) : ধারকত্ব পরিবর্তন উপযোগী। এটি এক প্রকার বায়ু মাধ্যম সমান্তরাল পাত ধারক। এটি বেতার গ্রাহক যন্ত্রের টিউনের কাজে এবং কোনো কোনো ইলেকট্রনিক যন্ত্রপাতিতে ব্যবহৃত হয়।

এ জাতীয় ধারকে একই অক্ষবিশিষ্ট দুই সারি অর্ধ-বৃত্তাকার অ্যালুমিনিয়ামের পাত B ও C থাকে [চিত্র ২·২৫]। এক সারি B স্থির এবং অন্য সারি C-কে ঘুরানো যায়। পাতগুলো পরস্পর সমান্তরাল এবং এদের পারস্পরিক দূরত্ব সমান। স্থির পাতগুলো পরস্পরের সাথে যুক্ত এবং ঘূর্ণনক্ষম পাতগুলো হতে অন্তরীত। পাতগুলোর মধ্যবর্তী স্থানের বায়ু পরাবিদ্যুতের কাজ করে। ঘূর্ণনক্ষম পাতগুলোকে একটি দণ্ড R-এর সাথে আটকানো থাকে। সুতরাং দণ্ডটি ঘুরালে তার সাথে যুক্ত পাতগুলো স্থির পাতগুলোর ফাঁকে ফাঁকে ঢুকে যায় বা বের হয়ে আসে। এই ঘূর্ণনে ধারকের কার্যকর ক্ষেত্রফল পরিবর্তনের সাথে সাথে ধারকত্ব পরিবর্তিত হয়।



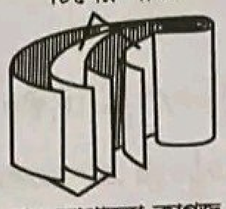
চিত্র ২·২৫

(খ) স্থিরমান ধারক বা অভ্র ধারক (Fixed condenser or mica condenser) : বেতার গ্রাহক যন্ত্রে এরূপ ধারক ব্যবহৃত হয়ে থাকে। এ জাতীয় ধারকে কতকগুলো টিনের পাত T থাকে [চিত্র ২·২৬]। পাতগুলো পরস্পর হতে অভ্রের পাত (বা মোমযুক্ত কাগজ) M দ্বারা পৃথক করা থাকে। ধারকে প্রথম, তৃতীয়, পঞ্চম ইত্যাদি বিজোড় সংখ্যক টিনের পাতগুলো পরস্পরের সাথে ধাতব দণ্ড বা পাত দ্বারা যুক্ত করে P বন্ধনীর সাথে এবং দ্বিতীয়, চতুর্থ, ষষ্ঠ ইত্যাদি জোড় সংখ্যক টিনের পাতগুলো পরস্পরের সাথে অপর একটি পাত বা দণ্ড দ্বারা যুক্ত করে বন্ধনী Q-এ সংযোগ করা হয়। এখানে টিনের পাতগুলো ধারকের পাতের ও অভ্রের পাতগুলো পরাবিদ্যুতের কাজ করে এবং ধারকগুলো সমান্তরাল সংযোজনে যুক্ত হয়ে একটি বড় ধারকে পরিণত হয়। এই ধারকের P ও Q বন্ধনী দুটির যে কোনো একটিকে ভূ-সংযুক্ত করে অপরটিতে চার্জ প্রদান করতে হয়।



চিত্র ২·২৬

(গ) কাগজ ধারক (Paper condenser) : ইলেকট্রনিক বর্তনীতে টিউন সার্কিট বা ট্যাঙ্ক সার্কিট কম্প্যাক্ট নির্মাণে ব্যবহৃত হয় [চিত্র ২·২৭]। এটি এক প্রকার স্থির মানের সমান্তরাল পাত ধারক। টিন বা অ্যালুমিনিয়ামের দুই পাত ধারকের প্লেটের ও প্লেটদ্বয়ের মধ্যে রক্ষিত প্যারাফিন মোমে ভিজানো পাতলা কাগজের ফালি পরাবিদ্যুতের কাজ করে। কাগজের ফালিসহ পাত দুটিকে জড়িয়ে চোঙাকৃতি করা হয়। এটি সহজে তৈরি করা যায় ও স্বল্প কম মূল্যে পাওয়া যায়।



চিত্র ২·২৭

(ঘ) তড়িৎ-বিশ্লেষক ধারক (Electrolytic condenser) : বেতার গ্রাহক যন্ত্রে প্রচুর পরিমাণে এই ধারক ব্যবহৃত হয় [চিত্র ২·২৮]। অ্যামোনিয়াম বোরেটের একটি দ্রবণে দুটি অ্যালুমিনিয়াম প্লেট নিমজ্জিত রেখে এই ধারক তৈরি হয়। এর একটি প্লেট অ্যানোড ও আর একটি প্লেট ক্যাথোড-এর কাজ করে। এর ধারকত্ব অনেক বেশি এবং একে কেবল অপরিবর্তী প্রবাহে ববহার করা যায়; কিন্তু পরিবর্তী প্রবাহে কখনো ব্যবহার করা যায় না।

চিত্র ২·২৮

সমতড়িৎ প্রবাহ পাঠালে অ্যানোড প্লেটে অ্যালুমিনিয়াম অক্সাইডের একটি অতি পাতলা প্রলেপ পড়ে যা পরা-বিদ্যুতের কাজ করে।

২·৭·৬ এক নজরে ধারকের ব্যবহার
Uses of capacitor at a glance

100%

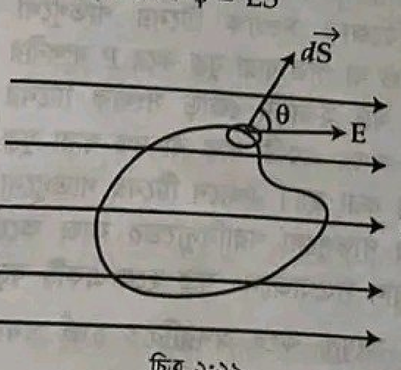
(১) টেলিগ্রাফ, টেলিফোনে এবং বেতার গ্রাহক যন্ত্রে টিউনিং-এর কাজে ধারক ব্যবহৃত হয়।
(২) বৈদ্যুতিক পাখাকে জোরে ঘুরাবার জন্য ধারক ব্যবহৃত হয়।
(৩) বিবর্ধক যন্ত্রে সংযুক্তকরণ (coupling) কাজে ধারক ব্যবহার করা হয়।
(৪) বৈদ্যুতিক বর্তনীতে চার্জিং এবং ডিসচার্জিং এর কাজে ব্যবহৃত হয়।
(৫) বৈদ্যুতিক বর্তনীতে ডিসি ব্লকিং (DC blocking) হিসেবে ব্যবহৃত হয়।
(৬) ফিলটার সার্কিটে ধারক ব্যবহার করা হয়।
(৭) স্পন্দকে ধারক ব্যবহার করা হয়।
(৮) এছাড়া চার্জ সঞ্চিত করতে এবং বৈদ্যুতিক নানা কাজে ধারক ব্যবহার করা হয়।

২.৮ গাউসের সূত্র
Gauss's law

জার্মান বিজ্ঞানী কার্ল ফ্রেডরিক গাউস (Carl Friedrich Gauss) তড়িৎ ফ্লাক্স ও চার্জের মধ্যে একটি গুরুত্বপূর্ণ সূত্র প্রদান করেন। কোনো একটি বন্ধ তলের বিভিন্ন বিন্দুতে তড়িৎ প্রাবাল্য নির্ণয়ের জন্য এ সূত্র ব্যবহৃত হয়। সূত্রটি বিবৃত করার আগে তড়িৎ ফ্লাক্স, ক্ষেত্র ভেক্টর ও গাউসীয় তল কী জানা দরকার।

তড়িৎ ফ্লাক্স (Electric flux) : **তড়িৎ ক্ষেত্রে অবস্থিত কোনো তলের মধ্য দিয়ে লম্বভাবে অতিক্রান্ত বলরেখার সংখ্যাকে তড়িৎ ফ্লাক্স বলে।** একে φ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। φ একটি স্কেলার রাশি। এর একক ওয়েবার (Wb) বা Tesla m^2 বা $Nm^{-1}A$ বা $NC^{-1}m^2$।

অন্যভাবে বলা যায় কোনো তলের ক্ষেত্রফল এবং ওই তলের লম্ব বরাবর তড়িৎ ক্ষেত্রের উপাংশের গুণফলকে ওই তলের সাথে সংশ্লিষ্ট তড়িৎ ফ্লাক্স বলে। কোনো তলের ক্ষেত্রফল S এবং ওই তলের লম্ব বরাবর তড়িৎ ক্ষেত্র E হলে তড়িৎ ফ্লাক্স $\varphi = ES$



চিত্র ২·২৯

ব্যাখ্যা : $\vec{E}$ প্রাবল্যবিশিষ্ট একটি সুষম তড়িৎ ক্ষেত্রে একটি বন্ধ তল S এর ওপর একটি ক্ষুদ্র ক্ষেত্র $d\vec{S}$ নেয়া হলো [চিত্র ২·২৯]। $\vec{E}$ ও $d\vec{S}$ এর মধ্যে কোণ হলো θ। সুতরাং, $d\vec{S}$ ক্ষেত্রের মধ্য দিয়ে অতিক্রান্ত তড়িৎ ফ্লাক্স,

$$d\varphi = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$
$$= EdS \cos\theta$$
$$= (E\cos\theta)\, dS = E_{/\!/} dS \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.61)$$

এখানে $E_{/\!/} = E\cos\theta =$ তড়িৎ প্রাবল্যের অভিলম্ব উপাংশ।

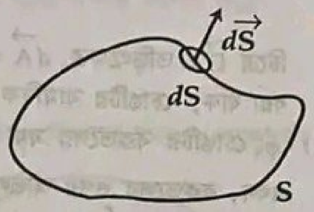
এখন, সমগ্র তলটি এরূপ ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র ক্ষেত্র $d\vec{S}$ এর সমষ্টি। সুতরাং সমগ্র S বন্ধ তলের মধ্য দিয়ে অতিক্রান্ত ফ্লাক্স হবে।

$$\varphi = \oint \vec{E} \, . \, d\vec{S}$$

$\oint$ প্রতীকটি সমগ্র বন্ধ তলের জন্য সমাকলন বোঝায়।

ক্ষেত্র ভেক্টর (Area vector) : পদার্থবিজ্ঞানে বিভিন্ন ক্ষেত্রে কোনো পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফলকে একটি ভেক্টর হিসেবে গণ্য করা হয়। ক্ষেত্র ভেক্টরটির দৈর্ঘ্য দ্বারা তলটির ক্ষেত্রফলের মান সূচিত হয় এবং ক্ষেত্র ভেক্টরটির অভিমুখ ধরা হয় তলটির লম্ব বরাবর।

ব্যাখ্যা : ধরা যাক S একটি বন্ধ তল। এর ওপরে dS একটি ক্ষুদ্র ক্ষেত্র। dS এর ওপর বন্ধ তলের বাইরের দিকে একটি লম্ব টানা হলো। সুতরাং $d\vec{S}$ হলো ক্ষেত্র ভেক্টর। অর্থাৎ ক্ষেত্র ভেক্টরের দিক তল থেকে তলের বাইরের দিকে ধরা হয়।



চিত্র ২·৩০

গাউসীয় তল (Gaussian surface) : একটি চার্জের চারদিকে কল্পিত বন্ধ তলকে গাউসীয় তল বলে।

গাউসের সূত্র (Gauss's law) : কোনো তড়িৎ ক্ষেত্রে অবস্থিত কোনো বন্ধ কল্পিত তলের তড়িৎ ফ্লাক্স ওই তল দ্বারা বেষ্টিত মোট আধানের $\frac{1}{\epsilon_0}$ গুণের সমান হবে।

অন্যভাবে কোনো তড়িৎ ক্ষেত্রে কোনো বন্ধ কল্পিত তলের (গাউসীয় তলের) তড়িৎ ফ্লাক্সের ϵ_0 গুণ হবে ওই তল দ্বারা আবদ্ধ মোট তড়িতাধানের সমান। এখানে ϵ_0 হচ্ছে শূন্য স্থানের ভেদনযোগ্যতা।

ব্যাখ্যা : ধরা যাক, শূন্য মাধ্যমে কোনো বন্ধ তলের ক্ষেত্রফল S এবং ওই তল দ্বারা আবদ্ধ মোট আধান q। সুতরাং গাউসের সূত্র অনুসারে,

$$\epsilon_0 \varphi = q$$

বা $\epsilon_0 \oint \vec{E} \, . \, d\vec{S} = q$ ... ... (2.62)

এখানে ϵ_0 হলো শূন্য স্থানের তড়িৎ ভেদনযোগ্যতা (permittivity)। অন্য কোনো মাধ্যমে গাউসীয় সূত্র হবে,

$\epsilon \oint \vec{E} \, . \, d\vec{S} = q$; এখানে ϵ হলো ওই মাধ্যমের তড়িৎ ভেদনযোগ্যতা।

বি. দ্র. যদি গাউসীয় তলে কোনো আধান না থাকে অথবা সমসংখ্যক ঋণাত্মক ও ধনাত্মক আধান থাকে, তবে

$\varphi = \oint \vec{E} \, . \, d\vec{S} = 0$ হবে।

গাউস : গাউস হলো চৌম্বক ক্ষেত্রের একক। অবশ্য এটি এস. আই. একক নয়। টেসলা (T) বা ওয়েবার মিটার$^{-2}$ হলো এস. আই. একক। $1 \text{ T} = 10^4$ gauss ✱✱✱✱

গাণিতিক উদাহরণ ২.১৫

১। একটি সুষম তড়িৎ ক্ষেত্রের প্রাবল্য $\vec{E} = 5\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$ Vm^{-1}। এই তড়িৎ ক্ষেত্রের অভ্যন্তরে yz তলে 15 m^2 মাপের ক্ষেত্রের ভেতর দিয়ে অতিক্রান্ত তড়িৎ ফ্লাক্সের পরিমাণ নির্ণয় কর।

এখানে, তড়িৎ প্রাবল্য, $\vec{E} = 5\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$ Vm^{-1}

yz তলের ক্ষেত্রফল, $\vec{S} = S\hat{i} = 15\hat{i}$ m^2

অতএব এই মাপের ক্ষেত্রের ভেতর দিয়ে অতিক্রান্ত তড়িৎ ফ্লাক্স,

$$\varphi = \vec{E} \cdot \vec{S} = (5\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}) \, . \, 15\hat{i} = 75 \text{ Vm}$$